

地下介质三维模型中界面的描述方法

李迎春 徐果明 徐 涛

(中国科学技术大学地球和空间科学系,合肥 230026)

[摘 要] 介质模型可分为离散模型和连续模型. 离散模型, 使用规则网格或不规则网格将空间离散化, 网格内介质参数不变. 对连续模型, 可用解析函数描述, 或者由插值方法得到介质参数的空间分布. 连续模型描述, 要素之一是界面的描述方法. 本文借助计算机图形学和计算机辅助几何设计中发展起来的曲线和曲面技术, 使用参数形式的 Coons 曲面、Bezier 曲面、B 样条曲面和三角形面片, 描述三维地质构造. 结合地震勘探采集系统设计的实际需要, 给出一种三角形面片的模型描述方案.

[关键词] 三维模型; Coons 曲面; Bezier 曲面; B 样条曲面; 三角形面片

[中图分类号] P315 [文献标识码] A [文章编号] 1004-2903(2002)03-0445-07

0 引 言

地震模拟技术^[1]主要有积分变换法、波动方程法和射线追踪法. 积分变换法使用的模型是横向均匀介质模型或者球对称介质模型. 人们已经对一维介质模型做了比较充分的研究. 考虑体波、面波和自由振荡, 一维非均匀地球模型的理论地震图的计算方法已经建立^[2], 例如利用 Cagniard 方法和 Fourier 变换方法研究体波和面波, 用 Cagniard 方法和 Fuchs 方法研究有很多均匀平面层组成的介质. 波动方程法是将波动方程离散化, 利用数值方法求解方程, 主要有有限差分方法和有限元方法. 波动方程法使用的是网格模型, 计算量主要取决于网格的多少. 考虑一个三维地质模型^[3], 大小为 3000 m × 3000 m × 3000 m, 网格间距为 10 m, 网格节点数达到 2.7×10^7 . 要使计算结果精度高, 则要求更小的网格和更小的时间步长, 此方法的使用主要受计算机内存和速度的影响. 比较而言, 射线追踪法的计算速度较快, 波动方程法能得到方程的完全解, 如能得到更精确的振幅值和波形. 波动方程法和射线追踪法可适用于任意复杂的介质. 射线追踪法是建立在射线级数展开基础上的高频近似方法, 要求介质性质在一个波长范围内变化不大.

上面几种方法所用的介质模型可分为离散模型和连续模型. 对离散模型, 使用规则网格或不规则网格将空间离散化, 网格内介质参数不变. 连续模型的物性参数和它的一阶、二阶导数在模型单元内连续变化. 连续模型的界面为物性参数或者它的一阶、二阶导数的不连续面. 构造连续模型的一种方法是通过解析函数得到物性参数的分布, 或者由空间的一些离散点的数值, 利用线性或者样条函数插值得到模型. Aki^[4] (1977) 等利用地震台阵记录的地震波到时反演地球内部的三维速度结构, 用的是分区均匀的离散速度模型. 刘福田^[5] (1989) 等在球面坐标系中, 用三维空间的六面体网格节点的速度, 线性插值得到速度的空间函数, 速度界面取为球面, 用此模型进行了层析成像方面的研究. 射线追踪^[6-8]有很多种算法, 所用

[收稿日期] 2001-11-18; [修回日期] 2002-04-30.

[基金来源] 国家自然科学基金项目(49974008)资助.

[作者简介] 李迎春, 男, 1978 年生, 江苏阜宁人, 2000 年毕业于中国科学技术大学地球和空间科学系, 现在同单位攻读硕士学位. 主要研究地球物理数值模拟和科学计算可视化.

的介质模型也分为连续模型和离散模型. Langan^[9]用了速度梯度为常数的速度块模型, Cervený^[10]等用三次样条插值得到速度分布, 马争鸣^[11](1991)等在二维模型中用 B 样条函数得到速度函数, 三次样条表示介质分界面, 范会吉^[12](1992)等用最小二乘拟合方法插值得到速度分布. 文献^[13]介绍了用反正切多项式描述界面. 冯锐^[14](1993)等用网格模型进行了地震与重力的联合反演, 介质划分为大量的三角形或者四边形单元, 用双线性函数插值得到单元内部速度, 在间断面, 节点赋予两个速度值. Michellini^[15](1995)利用参数形式的三次 B 样条函数得到速度分布. 李松林^[16](1997)等用一系列点描述界面, 每一个点赋予两个速度值, 分别对应上层和下层的速度, 介质中每一点的速度由所在的梯形四个顶点的速度二维线性内插得到, 用此模型进行了速度分布和界面的联合反演.

模型描述的重要方面是界面的描述, 可以利用在计算机图形学和计算机辅助几何设计中发展起来的曲线和曲面技术^[17-19]描述地下介质的界面. 三维模型中如果考虑界面, 则模型被界面划分为一个个的块体. Gjoystdal^[20](1985)利用非参数形式的曲线和曲面描述模型, 本文介绍的主要是参数形式的曲面. 对三维地质体的描述采取了体 面 子面 边 点 坐标的层次结构. 这种层次结构非常适合于用 C++ 语言中的类 对象结构作描述. 并且适应于任意复杂的地层结构. 在地质体的层次结构描述方法中, 关键是界面的描述, 本文着重讨论地质体中界面的描述方法, 用 Coons 曲面、Bezier 曲面、B 样条曲面和三角面来构成子面. Mao WJ^[21](1997)等在 XYZ 空间利用三次 B 样条函数构造模型, 毛小平^[22](1998)等用 XYZ 空间的 Coons 曲面构造模型, 但本文使用的是参数形式的 Coons 曲面. 文献[23-24]对地质模型进行了研究, 文献[25]研究了 Delaunay 剖分在地质模型中的应用.

1 模型界面的描述方法

一个三维地质体由若干个地质块组成, 每个地质块由若干个地质面所包围, 每个面的两侧对应不同的两个地质块. 每个面由若干个子面组成, 这是为了便于曲面的描述. 而每个子面又包含若干条边, 每条边由若干个点组成, 点由其三维坐标值决定. 每一个地质块有自己的物理属性如密度和速度等. 一般的定义在 XYZ 空间的 Coons 曲面和 Bezier 曲面, 要求 XY 上的定义域网格均匀, 即 X 方向和 Y 方向点的分布严格均匀, 而在实际应用中, 提供的已知信息不可能如此规则. 采用参数形式, 则可克服此困难. X、Y、Z 分别进行插值, 在 s-t 上网格均匀, 在 XYZ 空间, 点不要求均匀分布.

1.1 Coons 曲面

Coons 曲面的特点是插值, 即构造出来的曲面满足给定的边界条件, 例如经过给定边界, 具有给定边界导矢. 本质上, Coons 曲面可认为是 Hermite 插值的推广. 一般的 Coons 曲面通过对给定的四条边界曲线插值得到. 在构造 Coons 曲面时遇到的一个困难是如何选择合适的四条边界曲线及相应的边界法向导数. 对双三次 Coons 曲面, 边界上的信息必须与角点处的信息相匹配. 所以我们用角点信息来构造边界曲线, 这样构造出来的边界曲线与角点信息的匹配就不成问题了. 对 $n \times m$ 的空间点阵, 分别考虑它的 x 值、y 值和 z 值. 对 x 值, 在参数空间中, x 是 s 和 t 的函数, 对参数形式的 Coons 曲面要求 s 方向和 t 方向控制点均匀分布. 先固定 t, 有 s 方向三次样条函数的方程组, 再固定 s, 有 t 方向的三次样条函数的方程组. 解方程组得到每一点 s 方向和 t 方向的一阶导数. 再以每一点 s 方向和 t 方向的一阶导

数为插值条件,可以算出每一点的扭矢.对 y 和 z 也可同样处理.这样,控制点就可以非均匀的分布在 XYZ 空间.根据得到的每一个点的信息矩阵,即可得到 Coons 曲面.参数形式的双三次 Coons 曲面中每个曲面片的描述方程,对 s 和 t ,为两个三次多项式相乘的形式.

1.2 Bezier 曲面

Bezier 曲线曲面是法国的数学家 Bezier 提出的,它能满足几何造型对曲线曲面的要求,且控制、表示方便,应用和理论上得到极大的重视和发展,已成为自由曲线、曲面的最重要和最基本的方法之一.

给定 $(m+1)(n+1)$ 空间点阵 $b_{ij}(i=0,1,\dots,n;j=0,1,\dots,m)$,可得 $m \times n$ 次 Bezier 曲面:

$$P(s, t) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_{i,n}(s) B_{j,m}(t) b_{ij}, \quad 0 \leq s, t \leq 1 \quad (1)$$

$\{B_{i,n}(s)\}$ 为 n 次 Bernstein 基函数族.逐次用线段连接点阵 b_{ij} 中的相邻两点组成的空间网格称为特征网格.

Bezier 曲面有如下性质:(1)角点插值性质,Bezier 曲面插值它的控制网格的四个角点.(2)凸包性,Bezier 曲面包含在它的控制顶点的凸包.(3)几何不变性,Bezier 曲面是参数表示,与坐标系的选择无关,所以它具有几何不变性.(4)曲面的可升阶性或降阶性,一个 $n \times m$ 次 Bezier 曲面可升阶为一个 $(n+1) \times m$ 次的 Bezier 曲面表示,或沿另一方向升阶为 $n \times (m+1)$ 次的 Bezier 曲面.

两块 Bezier 曲面的连接问题,如果两控制网格有公共的边界多边形,则两张 Bezier 曲面达到位置连续.如果要达到 G^1 (几何一阶连续)连续,则它们的特征网格在公共边界附近受到共线的制约.

Coons 曲面与 Bezier 曲面这两种方法各有优缺点.双三次 Coons 曲面,是对点的插值,曲面通过给定的点,并且这种方法实现较容易,这是它的优点.Bezier 曲面可以定义在三角域上或者矩形域上.定义在三角域上的 Bezier 曲面,要求三条边上的控制点数相同,如果一个狭长的地质体,用三角 Bezier 曲面片来描述就有较大困难,并且这种方法会使曲面的连接问题过多.如果选用矩形域的 Bezier 曲面,虽然它没有三角 Bezier 曲面片灵活,但它两个方向上的控制点数不一定要相同,可能会使曲面的连接较少.Coons 曲面同 Bezier 曲面相比较,Coons 曲面理论中没有 Bezier 曲面的凸包性、保形性、保凸性等这样的性质.但是 Bezier 曲面中控制点的数目不宜过多,否则会造成曲面方程的阶数过高.

1.3 B 样条曲面

B 样条曲面有类似 Bezier 曲面的凸包性、保形性、保凸性等性质.Bezier 曲面的阶数由其控制网格两个方向的点数决定,点数多时,Bezier 曲面的阶数将较高.Bezier 曲面不能局部修改,改变每一个控制点对整个曲面都有影响.用 B 样条曲面可避免这些缺点.并且,B 样条曲面连接方便.由 $(m+1)(n+1)$ 空间点阵 $P_{ij}(i=0,1,\dots,m, j=0,1,\dots,n)$,则

$$P(s, t) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n P_{ij} N_{i,k}(s) N_{j,l}(t), \quad s, t \in [0, 1] \quad (2)$$

其中 $N_{i,k}(s)$ 和 $N_{j,l}(t)$ 是 k 次和 l 次的 B 样条基函数.

1.4 三角形面片

模型界面也可由三角形法描述,即由多个小三角形组成的三角形网来逼近界面.用上面

几种自由曲面构造的模型进行计算时,计算量都比较大.如计算一条直线与双参数曲面的交点时,可以利用数值方法进行迭代计算得到交点.虽然在初值点的选取和迭代方法上进行了改进^[27-31],计算成本仍然较高.对 Bezier 曲面和 B 样条曲面,还可利用它们的几何性质来计算交点^[32].这种算法的根据是:如果一条直线和曲面的凸包不相交,直线和曲面一定不相交,不断细分曲面,可得到交点.但这种计算的成本也是很高的.在地震勘探采集系统的设计中,为了要统计各个检波器所在采集点的覆盖次数,对地下介质进行射线追踪的射线可达数千万条,因而此系统对射线追踪的计算速度要求特别高.为此,我们设计了一种三角形面片的方案,射线追踪的计算速度特别快,而且也能满足采集系统的设计中对射线追踪精度的要求.模型的空间位置用三角形面片描述,三角形上每一点的法线方向根据三角形三个顶点上的法线方向用点的三角形面积坐标插值确定.如图 1,三角形 $T_1 T_2 T_3$ 中, T_1 点、 T_2 点和 T_3 点的坐标给定,则平面 $T_1 T_2 T_3$ 中每一点有一个面积坐标.对点 P ,面积坐标为 (u_1, u_2, u_3) ,

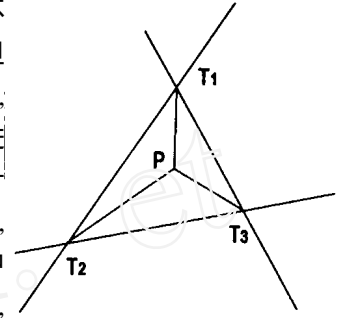


图 1 (Fig. 1)

$$u_1 = \frac{PT_2 T_3}{T_1 T_2 T_3}, u_2 = \frac{T_1 P T_3}{T_1 T_2 T_3}, u_3 = \frac{T_1 T_2 P}{T_1 T_2 T_3} \quad (3)$$

$[PT_2 T_3]$ 表示三角形 $PT_2 T_3$ 的有向面积,即 P, T_2, T_3 是逆时针方向旋转时, $[PT_2 T_3]$ 就是三角形 $PT_2 T_3$ 的面积,当 P, T_2, T_3 顺时针方向旋转时, $[PT_2 T_3]$ 是负数,绝对值是三角形 $PT_2 T_3$ 的面积.令 s 为 P 点对三角形的三个面积坐标的绝对值之和,如果 s 等于 1,则 P 点在三角形内,如果 s 大于 1,则 P 点在三角形外.用这种方法,很容易判断射线与表面上的哪一个三角形相交.相邻的三角形有两种关系:光滑连接和不光滑连接.对需光滑连接的三角形,先确定其中三角形每个顶点的法向量,再插值得到面上每点的法向量.如图 2,对三角形 ABC ,与 A 点相邻的有六个三角形,由这六个平面的法向量根据一定的法则加权平均得到 A 点的法向量,同样得到 B 点、 C 点的法向量.由 A 点、 B 点和 C 点的法向量利用面积坐标插值得到三角形 ABC 上每点的法向量.这样得到的法向量分布在三角形的边上是连续的,例如在三角形 ABC 和三角形 ABD 中,在三角形 ABC 中计算得到 AB 边上的法向量与在三角形 ABD 中计算得到 AB 边上的法向量相同.模型中也有两个面不连续的情况,如果以 FAD 为分界线,两边的法向量不连续变化,那么在计算三角形 ACF 、三角形 ABC 和三角形 ABD 中点的法向量时,点 A 的法向量只能由面 1、2、6 的法向量加权平均得到.同样,计算 FAD 左边的三角形时,点 A 的法向量由面 3、4、5 的法向量加权平均得到.

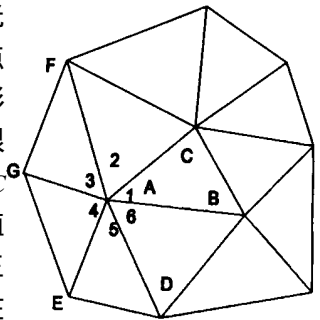


图 2 (Fig. 2)

2 模型实例

图 3 (a)和(b)分别显示了 Coons 曲面和 Bezier 曲面,图中黑点为控制点. Coons 曲面通过控制点,Bezier 曲面不通过控制点. (c)是三角形描述的模型,其中共用了 356 个三角形,(d)

为由一炮点发出射线,最下面的面为反射界面,其它的界面为透射界面。

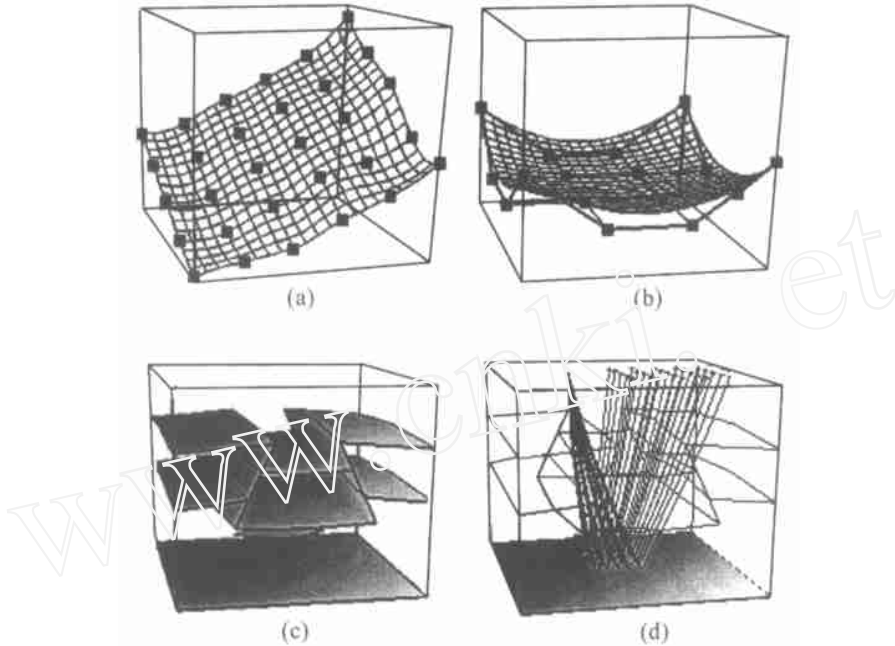


图 3 不同曲面模型

Fig. 3 Different curve-face model

(a) Coons 曲面, (b) Bezier 曲面, (c) 三角形曲面模型, (d) 三角形曲面模型中的射线追踪

3 小结与讨论

利用 Coons 曲面、Bezier 曲面、B 样条曲面和三角形面片描述三维地质构造,使用的是参数形式的曲面。采用参数形式,可克服数据点分布不规则的困难。利用这些技术,可方便的实现在计算机上交互的建立地质模型。在给出的三角形面片模型中,计算射线追踪的速度较快,因为其中的基本单元是平面,直线与平面的相交问题和点与平面的关系问题的计算较简单,同时由于曲面的法线方向是连续变化的,避免了射线的反、折射点在越过三角形的边界时发生突跳。用三角形面片模型计算的射线与实际射线有一定的误差,但是射线的精度已经能满足采集系统的设计中对射线追踪精度的要求,并且可以在界面弯曲大的地方加密三角形从而减小这种误差。用自由曲线曲面,模型的计算机交互设计比较方便,但是在复杂地质结构的建模中用三角形面片方案更为方便,且射线追踪的计算要快得多。不同种类的曲面模型可互相转换,在不同的地方可采用相应的模型描述方案。

参 考 文 献

- [1] 谢小碧,郑天愉,姚振兴. 理论地震图计算方法[J]. 地球物理学报,1992,35:790~800. 出版社,1986.
- [2] 安艺敬一,P. G. 理查兹. 定量地震学[M]. 北京:地震出版社,1992.
- [3] E. 艾斯纳. 地震勘探中的超级计算机[M]. 北京:石油工业出版社,1992.

- [4] Aki K, Christofferson A, Husebye E S. Determination of the three dimensional seismic structure of the lithosphere[J]. *J. Geophys. Res.*, 1977, 82:277 ~ 296.
- [5] 刘福田,李强,吴华,等.用于速度图像重建的层析成像法[J].*地球物理学报*,1989,32:46 ~ 61.
- [6] 杨文采,李幼铭.应用地震层析成像[M].北京:地质出版社,1993.
- [7] 张钊,刘洪,李幼铭.射线追踪方法的发展现状[J].*地球物理学进展*,2000,15:36 ~ 45.
- [8] Cerveny V. 三维结构中完全地震射线追踪[A].见: Durk J. Doornbos,地震学算法理论[M],北京:地震出版社,1992.
- [9] Langan R T, Lerche I, Culter R T. Tracing of rays through heterogenous media: An accurate and efficient procedure [J]. *Geophysics*, 1985, 50:1456 ~ 1465.
- [10] Cerveny V. 地震学中的射线方法[M].刘福田译,北京:地质出版社,1986.
- [11] 马争鸣,李衍达. 二步法射线追踪[J]. *地球物理学报*, 1992, 34:501 ~ 508.
- [12] 范会吉,刘启元. 分块三维速度模型生成及理论地震图的计算[J]. *地球物理学报*, 1992, 35:721 ~ 732.
- [13] 朱介寿. 地震学中的计算方法[M]. 北京:地震出版社,1988.
- [14] 冯锐,陶裕录. 地震—重力联合反演中的非块状一致性模型[J]. *地球物理学报*, 1993, 36:463 ~ 475.
- [15] Micheline, A. An adaptive-grid formalism for travelttime tomograph[J]. *Geophys. J. Int.*, 1995, 121:489 ~ 510.
- [16] 李松林,吴宁远,宋占隆,等. 速度分布和界面位置的联合反演[J]. *地震学报*, 1997, 19:383 ~ 392.
- [17] 苏步青,刘鼎元. 计算几何[M]. 上海:上海科技出版社,1981.
- [18] 王得人,杨忠华. 数值逼近引论[M]. 北京:高等教育出版社,1990.
- [19] 孙家广,杨长贵. 计算机图形学[M]. 北京:清华大学出版社,1995.
- [20] Goystdal H, Reinhardsen J E, Astebol K. Computer representation of complex 3-D geological structures using a new "solid modeling" technique [J]. *Geophysical Prospecting*, 1985, 33(8):1195 ~ 1211.
- [21] Mao W J, Stuart G W. Rapid multi-wave-type ray tracing in complex 2-D and 3-D isotropic media [J]. *Geophysics*, 1997, 62(1):298 ~ 308.
- [22] 毛小平,黄延祜. 体元结构模型在三维地震模型正演模拟研究中的应用[J]. *地球物理学报*, 1998, 41(6):833 ~ 840.
- [23] 刘洪,高红伟,李幼铭,等. 三维复杂地质模型剖分及显示[A]. 寸丹集,庆祝刘光鼎院士工作 50 周年学术论文文集[M]:196 ~ 205,北京:科学出版社,1998.
- [24] 孟小红,王卫民,姚长利,等. 地质模型计算机辅助设计原理与应用[M]. 北京:地质出版社,2001.
- [25] 高红伟,李幼铭. 约束 Delaunay 剖分及其在构造地质模型中的应用[J]. *现代地质*, 1999, B(增刊):87 ~ 91.
- [26] Kajija J. Ray tracing parametric patches, Proceeding of SIGGRAPH '82 [J]. *Computer Graphics*, 1982, 16(3):245 ~ 254.
- [27] Toth D, On ray tracing parametric surfaces, Proceeding of SIGGRAPH '85 [J], *Computer Graphics*, 1985, 19(3):171 ~ 179.
- [28] Joy K I, Bhetanabhotla M N. Ray tracing parametric surface patches utilizing numerical techniques and ray coherence, Proceeding of SIGGRAPH '86 [J]. *Computer Graphics*, 1986, 20(4):279 ~ 285.
- [29] Barth W, Sturzlinger W. Efficient ray tracing for Bezier and B-spline surfaces [J]. *Computers & Graphics*, 1993, 17(4):423 ~ 430.
- [30] Kaihuai Qin, Minglun Gong. A new method for speeding up ray tracing NURBS surfaces [J]. *Computers & Graphics*, 1997, 21(5):577 ~ 586.
- [31] Manocha D, Krishnan S. Algebraic pruning: a fast technique for curve and surface intersection [J]. *Computer - Aided Geometric Design*, 1997, 14(9):823 ~ 845.
- [32] Nishita T, Sederberg T W. Ray tracing Trimmed Rational Surface Patches, Proceeding of SIGGRAPH '90 [J]. *Computer Graphics*, 1990, 24(4):337 ~ 345.

(下转第 455 页) (to be continued on p. 455)

Study of Algorithms Employed in Inverting Terrestrial Atmospheric Parameters by GPS Radio Occultation

JIANG Hu¹ HUANG Cheng¹ ZHANG Yun-gan²

(1. Shanghai Astronomical Observatory, the Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China;

2. Center for National Satellite Meteorology, Bureau of Meteorology of China, Beijing 100081, China)

[**Abstract**] Taking into account shortcomings in algorithms employed in inverting terrestrial atmospheric parameters by GPS radio occultation, a variable transform is raised in this text. By this transform, we have managed to solve the problem that original form of Abel integral was digitally integrated to comparatively poor accuracy. To make comparisons, we assess the refractivity under two different algorithms, assuming that the bending angle due to refractive atmosphere decreases exponentially with the increase of distance of the considered point from the geocenter. It shows that the maximum of absolute difference between two algorithms reaches roughly as large as 7 refractivity units, and absolute difference decreases with increasing altitude; whereas, on the other hand, the relative difference of refractivities increases with the increasing altitude, which is diametrically different from the trend of absolute difference.

[**Key words**] Radio occultation; Atmospheric parameters; Algorithm

(上接第 450 页,李迎春等) (continued from p. 450)

The Methods of Describing the Underground Model

LI Ying-chun XU Guo-ming XU Tao

(Department of Earth and Space Sciences, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

[**Abstract**] The methods describing models can be classified into two categories: discrete and continuous. The discrete methods divide the model into many little blocks using regular or irregular grids. The continuous methods use analytic functions or interpolation methods. One important element of the continuous method is how the interface is described. Considering the techniques developed greatly in the subjects of computer graphics and computer aided geometry design, the models introduced with Coons surfaces, Bezier surfaces, B-spline surfaces and triangle meshes. Especially, for the need of the exploration's data acquisition system, a scheme using triangle meshes is giving.

[**Key words**] Three dimension model; Coons surfaces; Bezier surfaces; B-spline surfaces; Triangle meshes