

# VTI 介质迭代正则化偏移反演算法

张洪宙<sup>①②</sup> 王彦飞<sup>\*①</sup>

(<sup>①</sup>中国科学院地质与地球物理研究所,中国科学院油气资源研究重点实验室,北京 100029; <sup>②</sup>中国科学院大学,北京 100049)

张洪宙,王彦飞. VTI 介质迭代正则化偏移反演算法. 石油地球物理勘探, 2014, 49(6): 1083-1090.

**摘要** VTI 介质地震数据成像的关键问题之一是解决反问题的不稳定性,特别是当正演算子的伴随算子无法对其逆算子充分逼近时,可以采用迭代偏移反演方法求取更精确的逆算子。本文研究了 VTI 介质地震偏移反演成像的计算方法,导出了偏移成像算子方程,并提出了固定点迭代正则化算法。该方法是一种改进的迭代正则化算法,与一般的迭代正则化方法相比,无需矩阵分解,具有更高的计算效率。本文对典型模型数据进行了数值模拟,并对实际数据进行了试验性处理,结果表明,该偏移反演成像方法在地震成像领域具有一定的应用前景。

**关键词** VTI 介质 地震偏移 正则化反演

**中图分类号**:P631 **文献标识码**:A

## 1 引言

随着地震勘探技术的不断发展,各向异性因素逐渐受到重视。已经证实地震各向异性普遍存在于地下介质中,特别是在沉积岩地区,它主要表现为地震波传播速度是传播方向的函数、体波间的相互耦合以及横波发生分裂等现象。Tsvankin<sup>[1]</sup>基于弹性模量张量中独立元素的个数,将具有对称特性的各向异性介质分为:三斜晶系(Triclinic)、单斜晶系(Monoclinic)、正交晶系(Orthorhombic)、横向各向同性(Transversely Isotropic)。如今,地震波各向异性研究的主要模型是具有垂向对称轴的横向各向同性介质,即 VTI 介质和 TTI 介质<sup>[2,3]</sup>。当各水平层厚度比地震波波长小得多时,TTI 介质是对地震勘探中常见的薄互层或者裂缝定向排列等各向异性地质模型的较好近似。由于完整描述 VTI 介质只需要 5 个独立的参数,符合很多实际问题的假设条件,而且研究 VTI 介质是研究 TTI 介质的基础,所以目前在地震勘探领域研究最多的是 VTI 介质模型。

对于 VTI 介质的成像,目前地震成像领域常用的方法主要为单程波波动方程偏移方法和 Kirchhoff 偏移方法两类。单程波波动方程偏移方法基于对双程波动方程的单向分解,能很好地描述近垂直

方向传播的波并适应速度变化剧烈的介质,但由于其在描述大角度传播的波时存在相位改变和振幅削弱的问题,导致其难以对陡倾角界面成像。为了弥补单程波偏移的倾角限制,实际地震资料处理中通常采用 Kirchhoff 偏移方法处理陡倾角地层的成像问题,但 Kirchhoff 偏移方法也存在难以适应介质速度横向变化剧烈和不能处理单个成像点的多值旅行时问题。因此这些偏移方法在对复杂构造进行处理时都得不到最佳的成像结果。随着对复杂勘探对象成像精度要求的不断提高,传统偏移方法的不足日益明显。

以上分析了目前较流行的常规偏移成像方法存在的问题,引起这些问题的根源在于这些方法中采用的地震波成像算子方程是不适定的,使用近似的逆算子会带来解的不稳定。为了更为精确地求取传播算子的逆算子,Tarantola<sup>[4]</sup>推导了最小二乘偏移的基本公式。之后 Cole 等<sup>[5]</sup>尝试为了减弱 Kirchhoff 偏移中由于偏移孔径有限引起的偏移假象,使用最小二乘反演方法。犹他大学著名的地球物理学家 Schuster<sup>[6]</sup>首次引入了带约束的最小二乘反演方法,对目标函数进行改造,并对合成地震记录进行了井约束反演成像。偏移反演比较经典的方法是 Nemeth 等<sup>[7]</sup>针对数据的不完整性问题,采用最小二乘偏移方法消除 Kirchhoff 积分法产生的偏移假象,在求解过程中采用

\* 北京市朝阳区北土城西路 19 号中国科学院地质与地球物理研究所,100029。Email: yfwang@mail.iggcas.ac.cn

本文于 2013 年 10 月 8 日收到,最终修改稿于 2014 年 8 月 19 日收到。

本项研究由国家杰出青年科学基金项目(41325016)与国家自然科学基金项目(11271349)联合资助。

的是预条件共轭梯度法,其中预条件矩阵为对角阵。Nemeth 等的研究思路和方法非常具有启发意义。当观测系统不规则造成地震数据缺失时,会导致叠加数据的不规则采样,这种情况下可以运用去模糊化的 DMO 校正对零炮检距地震剖面进行处理<sup>[8]</sup>。在反问题的求解过程中通过考虑先验信息,可以达到消除假象的效果,这是 Duquet<sup>[9]</sup>在以单程波方程为基础实现线性反演的过程中发现的。为了使用非零炮检距的垂直地震剖面数据得到对于地下复杂构造的精确成像,一般还可以采用弹性波成像的迭代算法<sup>[10]</sup>。使用预条件子可以显著提高反演算法的收敛效率和速度,有学者对目标函数 Hessian 矩阵的主对角元采用 Krylov 子空间的预条件子进行了有益的尝试<sup>[11]</sup>。基于模糊图像的修复考虑,通过定义分辨率函数,在叠前深度偏移运算之后对数据的分辨率进行补偿。实质上是在找出图像假象的来源后,采用求解最优化问题的思路对原模糊图像进行修复,以改善 Kirchhoff 偏移的成像质量<sup>[12,13]</sup>。Hu 等<sup>[14]</sup>和 Yu 等<sup>[15]</sup>分别提出了叠后偏移反褶积和叠前偏移反褶积方法,其共同之处在于按照图像处理的思路,把 Kirchhoff 积分偏移的成像数据看作是一幅“模糊”图像,借助于求解格林函数,在偏移后运行一次反褶积达到改进偏移成像质量的目的。Sacchi 等<sup>[16]</sup>对最小二乘偏移的思路进行拓展,提出以“模型服从统计”假设为基础的正则化偏移方法。王彦飞等<sup>[17,18]</sup>基于 Tikhonov 正则化的偏移反演成像方法和快速梯度迭代实现算法,提出了正则化偏移反演成像这一全新的概念,为偏移算法的研究打开了新局面。

本文主要是在此基础上,针对正则化方法在解决大规模反演问题时的计算效率问题,提出固定点迭代法解决方案,并将该方法应用于各向异性介质的偏移反演成像中。

## 2 VTI 介质旅行时及振幅计算

将程函方程记为如下形式

$$F(x, y, z, p_x, p_y, p_z) = 0 \quad (1)$$

式中:地震波场的慢度矢量  $\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)$ ,  $p_x = \frac{\partial t}{\partial x}$ ,  $p_y = \frac{\partial t}{\partial y}$ ,  $p_z = \frac{\partial t}{\partial z}$ 。根据特征函数的正则方程<sup>[19]</sup>可知,三维运动学方程的射线解满足

$$\frac{dx}{ds} = \frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial p_x} \quad (2a)$$

$$\begin{cases} \frac{dy}{ds} = \frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial p_y} \\ \frac{dz}{ds} = \frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial p_z} \\ \frac{dp_x}{ds} = -\frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial x} \\ \frac{dp_y}{ds} = -\frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial y} \\ \frac{dp_z}{ds} = -\frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial z} \end{cases} \quad (2b)$$

式中  $s$  为沿射线的弧长。旅行时函数  $t = t(x, y, z)$  的全微分满足

$$\frac{dt}{ds} = \frac{\partial t}{\partial x} \frac{dx}{ds} + \frac{\partial t}{\partial y} \frac{dy}{ds} + \frac{\partial t}{\partial z} \frac{dz}{ds} \quad (3)$$

将式(2)代入式(3),有

$$\frac{dt}{ds} = \frac{1}{2} \left( p_x \frac{\partial F}{\partial p_x} + p_y \frac{\partial F}{\partial p_y} + p_z \frac{\partial F}{\partial p_z} \right) \quad (4)$$

根据式(2)和式(4)可以得到  $\frac{dx}{dt}$ ,  $\frac{dy}{dt}$ ,  $\frac{dz}{dt}$ ,  $\frac{dp_x}{dt}$ ,  $\frac{dp_y}{dt}$ ,  $\frac{dp_z}{dt}$  的表达式,组成一个关于  $(x, y, z, p_x, p_y, p_z)$  的微分方程组,使用古典的四阶龙格—库塔方法分别进行求解,即可得到三维运动学方程的射线解。

根据 Tsvankin<sup>[1]</sup>理论,从描述介质应力与应变关系的无体力项弹性介质波动方程

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x_j} (c_{ijkl} \epsilon_{kl}) = 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (5)$$

出发,进行 VTI 介质三维射线追踪方程的具体推导。上式中: $\rho$  为介质密度; $c_{ijkl}$  为弹性模量; $\epsilon_{kl}$  为应变分量; $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$  为位移矢量,且应用了爱因斯坦下标求和规则。此外,根据 Thomsen<sup>[20]</sup>的下标规则

11 → 1, 22 → 2, 33 → 3, 23 → 4, 13 → 5, 12 → 6 对各个分量进行推导,得到 VTI 介质的位移运动方程表达式<sup>[21]</sup>

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = C_{11} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + C_{66} \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} + C_{55} \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} + (C_{11} - 2C_{66}) \frac{\partial^2 u_2}{\partial x \partial y} + (C_{13} + C_{55}) \frac{\partial^2 u_3}{\partial x \partial z} \\ \rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = C_{66} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + C_{11} \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} + C_{55} \frac{\partial^2 u_2}{\partial z^2} + (C_{11} - 2C_{66}) \frac{\partial^2 u_1}{\partial x \partial y} + (C_{13} + C_{55}) \frac{\partial^2 u_3}{\partial z \partial y} \\ \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} = C_{55} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} + C_{55} \frac{\partial^2 u_3}{\partial y^2} + C_{33} \frac{\partial^2 u_3}{\partial z^2} + (C_{13} + C_{55}) \frac{\partial^2 u_2}{\partial y \partial z} + (C_{13} + C_{55}) \frac{\partial^2 u_1}{\partial z \partial x} \end{cases} \quad (6)$$

对式(6)两边取时一频域的傅里叶变换,并求解三个特征值,分别对应 P 波、SV 波和 SH 波,据此可求得各向异性介质的频散关系式。

为了推导方便且不失一般性,可以假设取  $y$  方向余弦  $n_2$  为 0,在  $xoz$  平面考虑 P 波和 SV 波情况。当 Christoffel 方程的特征矩阵行列式为 0 时,才能保证方程有非零解,即

$$\det \begin{pmatrix} C_{11}n_1^2 + C_{55}n_3^2 - \rho v^2(\theta) & 0 & (C_{13} + C_{55})n_1n_3 \\ 0 & -1 & 0 \\ (C_{13} + C_{55})n_1n_3 & 0 & C_{55}n_1^2 + C_{33}n_3^2 - \rho v^2(\theta) \end{pmatrix} = 0 \quad (7)$$

式中:  $v(\theta)$  为沿着与  $z$  正方向夹角为  $\theta$  方向的地震波相速度。对于 VTI 介质模型,根据 Alkhalifah<sup>[22]</sup> 理论,式(7)涉及的四个参数可以用非椭圆各向异性参数  $\eta$ ,动校正速度  $v_{\text{NMO}}$ ,垂向 P 波相速度  $v_{\text{p0}}$  和垂向 SV 波相速度  $v_{\text{s0}}$  的关系式表示,即

$$\begin{cases} C_{11} = \rho(1 + 2\eta)v_{\text{NMO}}^2 \\ C_{33} = \rho v_{\text{p0}}^2 \\ C_{13} + C_{55} = \rho^2(v_{\text{p0}}^2 - v_{\text{s0}}^2)(v_{\text{NMO}}^2 - v_{\text{s0}}^2) \\ C_{55} = \rho v_{\text{s0}}^2 \end{cases} \quad (8)$$

且有

$$\begin{cases} n_1 = \sin\theta \\ n_3 = \cos\theta \end{cases} \quad (9)$$

于是

$$\begin{aligned} & [\rho(1 + 2\eta)v_{\text{NMO}}^2 \sin^2\theta + \rho v_{\text{s0}}^2 \cos^2\theta - \rho v^2(\theta)] \times \\ & [\rho v_{\text{s0}}^2 \sin^2\theta + \rho v_{\text{p0}}^2 \cos^2\theta - \rho v^2(\theta)] + \\ & \rho^2(v_{\text{p0}}^2 - v_{\text{s0}}^2)(v_{\text{NMO}}^2 - v_{\text{s0}}^2) \sin^2\theta \cos^2\theta = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

上式两边除以  $\rho^2 v^4(\theta)$ , 且有  $p_x = \sin\theta/v(\theta)$  及  $p_z = \cos\theta/v(\theta)$ , 则

$$\begin{aligned} & [(1 + 2\eta)v_{\text{NMO}}^2 p_x^2 + v_{\text{s0}}^2 p_z^2 - 1][v_{\text{s0}}^2 p_x^2 + v_{\text{p0}}^2 p_z^2 - 1] - \\ & (v_{\text{p0}}^2 - v_{\text{s0}}^2)(v_{\text{NMO}}^2 - v_{\text{s0}}^2) p_x^2 p_z^2 = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

根据 Alkhalifah<sup>[23,24]</sup> 理论,以  $\left(\frac{\partial\tau}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\tau}{\partial y}\right)^2$

代替  $p_x^2$ ,以  $\left(\frac{\partial\tau}{\partial z}\right)^2$  代替  $p_z^2$ ,就可以得到形如式(1)的程函方程表达式,即

$$\begin{aligned} & \left\{ (1 + 2\eta)v_{\text{NMO}}^2 \left[ \left(\frac{\partial\tau}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\tau}{\partial y}\right)^2 \right] + v_{\text{s0}}^2 \left(\frac{\partial\tau}{\partial z}\right)^2 - 1 \right\} \times \\ & \left\{ v_{\text{s0}}^2 \left[ \left(\frac{\partial\tau}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\tau}{\partial y}\right)^2 \right] + v_{\text{p0}}^2 \left(\frac{\partial\tau}{\partial z}\right)^2 - 1 \right\} - \\ & (v_{\text{p0}}^2 - v_{\text{s0}}^2)(v_{\text{NMO}}^2 - v_{\text{s0}}^2) \left[ \left(\frac{\partial\tau}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\tau}{\partial y}\right)^2 \right] \left(\frac{\partial\tau}{\partial z}\right)^2 = 0 \end{aligned}$$

利用式(2)和式(4)即可得到 VTI 介质三维射线追踪系统。

为了计算积分法偏移成像的格林核函数,进一步求解输运方程,可求出计算振幅系数主分量的表达式为<sup>[19]</sup>

$$A(s) = \left[ \frac{v(s_0)\rho(s_0)\mathbf{J}(s_0)}{v(s)\rho(s)\mathbf{J}(s)} \right]^{\frac{1}{2}} A(s_0) \quad (12)$$

式中:  $\mathbf{J}$  为雅可比行列式;  $v$  为群速度;  $\rho$  为介质密度;  $s_0$  为沿射线弧长的初始位置。

由式(12)可知,如果给出  $s_0$  的振幅值  $A(s_0)$ ,要计算  $s$  处的振幅  $A(s)$ ,还需要确定雅可比式  $\mathbf{J}$ 。当已知射线上某参考点处的雅可比  $\mathbf{J}_0$ ,求射线上任一点的雅可比  $\mathbf{J}$  可通过求解关于  $\mathbf{J}$  的常微分方程组得到,即

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{J}}{ds} = v\mathbf{P} \\ \frac{dP}{ds} = -\frac{v_{,m}}{v^2}\mathbf{J} \end{cases} \quad (13)$$

式中:  $v_{,m}$  表示射线处的群速度对法向坐标的二阶导数;辅助函数  $P$  是慢度向量法向分量,上式与动力学射线追踪方程组具有相同的形式。

通过求解程函方程和输运方程计算旅行时和振幅,得到格林函数  $G$  的表达式为

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s; \omega) = A(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s; \omega) \exp[i\phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) + i\omega\tau(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s)] \quad (14)$$

式中:  $A(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s; \omega)$  为射线振幅;  $\tau(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s)$  为运动学射线中的旅行时;  $\phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s)$  为由射线焦散引起的相移;  $\omega$  为角频率;  $i$  为虚数单位;  $\mathbf{r}$  为坐标矢量。

计算出射线路径、旅行时以及振幅特征,可以通过求解 Helmholtz 方程<sup>[25]</sup>

$$(\nabla^2 + \kappa^2)G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s; \omega) = -\delta(\mathbf{r}_s - \mathbf{r}) \quad (15)$$

生成地震波图。式中:  $\kappa$  为波数;  $\delta$  为震源函数;  $\nabla^2$  为拉普拉斯算子。

### 3 偏移成像与反演

地震偏移成像是反射地震学的核心内容,其中关键问题之一是处理不适定的反问题<sup>[26,27]</sup>。在工业生产中,为了提高计算效率,通常都只是通过正演模型算子的共轭算子进行偏移成像。用共轭算子进行偏移,计算速度虽然快,但是当共轭算子不能充分逼近逆算子时,一般通过迭代的方法进行更精确的

求解<sup>[28]</sup>。因而,相继出现了最小二乘偏移<sup>[7]</sup>以及正则化偏移反演<sup>[16~18]</sup>。

### 3.1 Kirchhoff 偏移

求解波动方程(15),可以得到基于积分公式生成地震记录的正演模型<sup>[26]</sup>

$$d(\mathbf{r}_g, \mathbf{r}_s; \omega) = \omega^2 \int_{\Omega} \frac{R(\mathbf{r}_0)}{v^2(\mathbf{r}_0)} [G(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_s; \omega) + d_s(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_s; \omega)] G(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_g; \omega) dV_0 \quad (16)$$

式中:  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s; \omega)$  和  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_g; \omega)$  是对应于给定激发点和接收点位置的格林函数;  $d_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s; \omega)$  是对应于散射波的地震波场;  $R(\mathbf{r})$  代表了速度扰动项;  $dV_0$  为体积元。根据方程(16)在已知观测数据  $d(\mathbf{r}_g, \mathbf{r}_s; \omega)$  时,求解反问题得到  $R(\mathbf{r})$  是一个典型的非线性反演问题。继续基于 Born 近似讨论,积分法地震波正演模拟算子可以表示为算子方程的形式

$$d(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_g; \omega) = L(m(\mathbf{r}_0)) := \int_{\Omega} \omega(\omega) G(\mathbf{r}_g, \mathbf{r}_0; \omega) \times G(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_s; \omega) m(\mathbf{r}_0) dV_0 \quad (17)$$

式中:由散射点  $\mathbf{r}_0$  到给定激发点  $\mathbf{r}_s$  的格林函数为  $G(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_s; \omega)$ ;由给定接收点  $\mathbf{r}_g$  到散射点  $\mathbf{r}_0$  的格林函数为  $G(\mathbf{r}_g, \mathbf{r}_0; \omega)$ ;  $\omega(\omega)$  为地震子波;而正演模型算子  $L$  则可由如下方程定义<sup>[29]</sup>

$$L = \omega(\omega) \int_{\Omega} G(\mathbf{r}_g, \mathbf{r}_0; \omega) G(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_s; \omega) dV_0$$

方程(17)可以抽象为如下的第一类 Fredholm 积分方程的表述形式,即

$$d(\mathbf{r}) = L(m(\mathbf{r}_0)) := \int_{\Omega} K(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) m(\mathbf{r}_0) dV_0 \quad (18)$$

式中:积分限  $\Omega$  是观测范围内地下的半无限空间;  $d(\mathbf{r})$  是实际观测的地震波数据;  $m(\mathbf{r}_0)$  代表地下介质模型,可以理解为空间坐标  $\mathbf{r}_0$  的各向异性参数和反射系数等;  $K(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$  是受速度和各向异性参数等模型影响的格林核函数。方程(18)可以写成紧算子的形式,即

$$Lm = d \quad (19)$$

其中  $L$  满足等度连续且一致有界。

众所周知,如果格林函数可以用调和解的形式近似,则可利用快速傅里叶或广义拉冬变换快速高效地实现地震偏移反演。在实际资料处理中面临的问题往往是速度模型不太准确或者勘探目标的深度较大。在这种情况下,再使用该类方法进行偏移,成像精度会很低且误差较大。所以,问题就变为如何以较小的计算成本求得算子  $L$  的逆算子。在一般

情况下勘探地震学中涉及的算子  $L$  具有典型的不适定性,即便对算子进行离散化,得到的矩阵通常也是奇异的,还有可能是不满秩的,就是说,直接偏移成像往往无法精确求得逆算子。

这种情况下,算子  $L$  的精确逆算子是不存在的,一般的折衷方案是用常规 Kirchhoff 偏移求解下面的积分方程

$$m^{\text{kirch}} = L^* d \quad (20)$$

式中  $L^*$  是积分算子  $L$  的伴随算子,由核函数  $(\omega(\omega) \times G(\mathbf{r}_g, \mathbf{r}_0; \omega) G(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_s; \omega))^*$  定义。但由于伴随算子只是对逆算子的近似,直接进行 Kirchhoff 偏移会导致成像效果较差,如采集脚印和偏移画弧现象很难消除,因此需要改进基于 Born 近似的算子成像方程<sup>[18,29~31]</sup>。

### 3.2 反演计算

Kirchhoff 偏移是基于下面的假设:伴随算子  $L^*$  充分逼近于积分算子  $L$  的逆算子。当式(19)中的正演模型算子  $L$  不满足:  $L^* \approx L^{-1}$  时,需要用反演算法对算子方程(19)进行迭代运算<sup>[7]</sup>。本文在迭代正则化的基础上,提出了无需矩阵分解的固定点迭代法偏移反演算法<sup>[32]</sup>。

设  $T: \mathbf{M} \rightarrow \mathbf{M}$  为紧算子,定义固定点集合为  $\text{fix}T = \{m \in \mathbf{M} : T(m) = m\}$ ;  $\mathbf{M}$  为模型集合,  $m, \tilde{m}$  分别为模型集合中的元素。为了满足由固定点集合定义的点列的收敛性,还要求该算子满足非膨胀特性:对任意的  $m, \tilde{m} \in \mathbf{M}$ ,有

$$\|T(\tilde{m}) - T(m)\| \leq \|\tilde{m} - m\| \quad (21)$$

把满足上式成立的算子记为  $T$  类算子。据此,可以定义算子  $T$  为

$$T = (1 - \lambda)S + \lambda I, \lambda \in (0, 1), S \in T \quad (22)$$

于是就构造了逐次迭代点列

$$\begin{cases} m_{k+1} = T(m_k) := \lambda m_k + (1 - \lambda)S(m_k) \\ k = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (23)$$

可以证明上述逐次迭代法是收敛的<sup>[32]</sup>。式(22)中  $I$  为单位算子。

考虑紧算子方程(19),根据上述固定点列的要求,可以构造固定点算子

$$\begin{cases} T(m) = m - \beta(L^* Lm - L^* d) \\ \beta > 0 \end{cases} \quad (24)$$

从而可以通过下面的迭代公式

$$m_{k+1} = T(m_k) = m_k - \beta(L^* Lm_k - L^* d) \quad (25)$$

实现偏移成像。式(25)可以进一步写成

$$m_{k+1} = m_k - \beta L^* (Lm_k - d) \quad (26)$$

注意上式不一定是最优的,因为参数  $\beta$  是个常数。为达到最优化,定义  $S(m) = L^* (Lm - d)$ , 取  $\beta = \|Lm - d\|^2 / \|S(m)\|^2$ , 则得到新的迭代公式

$$m_{k+1} = m_k - \frac{\|Lm_k - d\|^2}{\|S(m_k)\|^2} S(m_k) \quad (27)$$

很明显,如果取初值  $m_0 = 0$ , 式(27)退化成为加权的 Kirchhoff 偏移公式,权重为  $\|d\|^2 / \|L^* d\|^2$ 。

### 4 数值试验

在数值试验中采用的 VTI 介质模型均为三层,第一和第二层为 VTI 各向异性介质<sup>[33,34]</sup>,弹性模量矩阵坐标与笛卡尔坐标系的夹角为  $0^\circ$ ,其中第一层介质的密度归一化后的弹性模量矩阵为

$$\begin{pmatrix} 9.00 & 4.64 & 2.25 & 0 & 0 & 0 \\ & 9.00 & 2.25 & 0 & 0 & 0 \\ & & 5.94 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1.60 & 0 & 0 \\ & & & & 1.60 & 0 \\ & & & & & 2.18 \end{pmatrix} \quad (28)$$

第二层介质的密度归一化后的弹性模量矩阵为

$$\begin{pmatrix} 19.80 & 10.20 & 4.95 & 0 & 0 & 0 \\ & 19.80 & 4.95 & 0 & 0 & 0 \\ & & 13.07 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 3.52 & 0 & 0 \\ & & & & 3.52 & 0 \\ & & & & & 4.80 \end{pmatrix} \quad (29)$$

第三层介质为各向同性介质,对应的弹性模量矩阵为

$$\begin{pmatrix} 25.00 & 9.00 & 9.00 & 0 & 0 & 0 \\ & 25.00 & 9.00 & 0 & 0 & 0 \\ & & 25.00 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 8.00 & 0 & 0 \\ & & & & 8.00 & 0 \\ & & & & & 8.00 \end{pmatrix} \quad (30)$$

数值试验中的观测系统均采用单边排列,对于每个模型分别计算 101 个单炮记录,炮点位于地面

水平位置  $0 \sim 10000\text{m}$  之间,炮点间隔为  $100\text{m}$ 。每炮采用 100 道检波器接收,道间距为  $25\text{m}$ ,炮检距范围为  $25 \sim 2500\text{m}$ 。正演模拟的合成地震记录长度为  $6\text{s}$ ,采样间隔为  $4\text{ms}$ ,子波主频为  $25\text{Hz}$ 。

#### 4.1 绕射点模型

VTI 介质模型的弹性模量矩阵如式(28)所示,深度为  $6000\text{m}$ 。设模型内存在一个绕射点,其水平位置  $x=5000\text{m}$ ,深度  $z=4000\text{m}$ 。对该模型进行正演模拟,所得的炮记录如图 1 所示。

对正演炮记录直接进行各向异性叠前深度域成像,结果如图 2 所示,应用固定点迭代偏移反演的成像结果如图 3 所示。对比成像结果可以看出,本文方法反演结果聚焦性更好,偏移画弧现象得到了有效的压制。

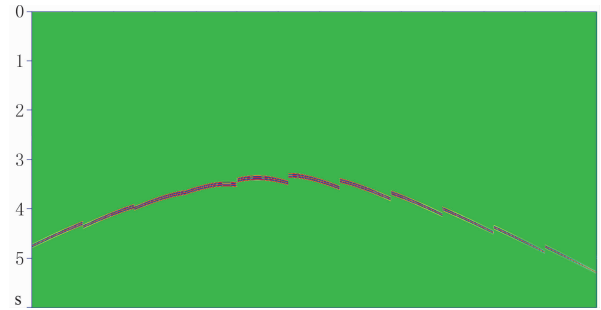


图 1 绕射点模型正演模拟炮记录  
每隔 10 炮显示一炮

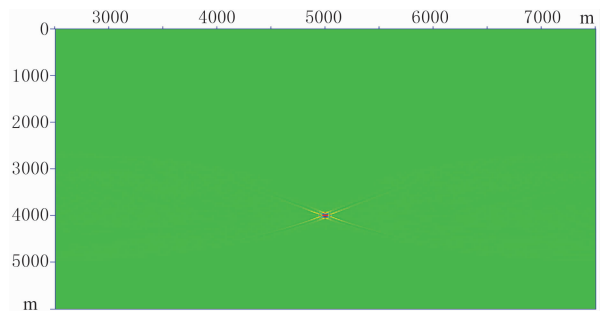


图 2 绕射点模型叠前深度偏移剖面

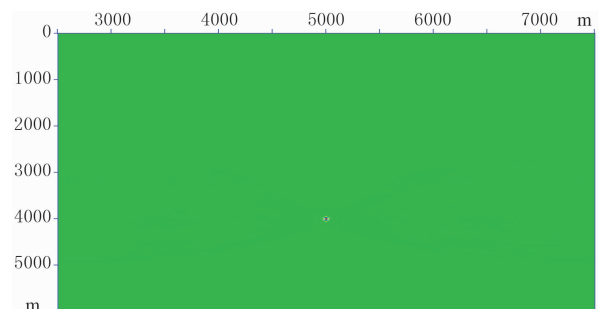


图 3 绕射点模型迭代偏移剖面

#### 4.2 水平层状介质模型

定义水平层状介质模型的层位如下:第一个水平界面的深度为 3000m,第二个水平界面的深度为 5000m,下边界深度为 6000m。对该模型进行正演模拟,所得的炮记录如图 4 所示。

对正演炮记录直接进行各向异性叠前深度域成像,结果如图 5 所示,应用固定点迭代偏移反演的成像结果如图 6 所示。对比成像结果可以看出,与直接偏移的结果相比,迭代偏移反演剖面的水平层分辨率得到了明显的改善。

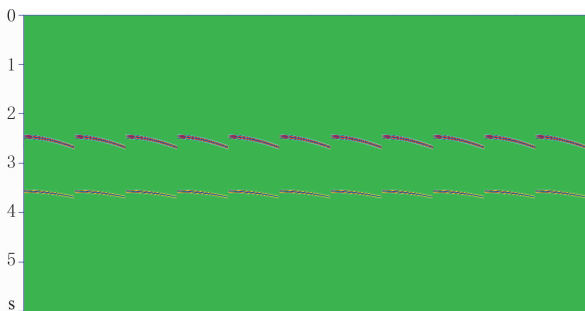


图 4 水平层状介质模型正演模拟炮记录  
每隔 10 炮显示一炮

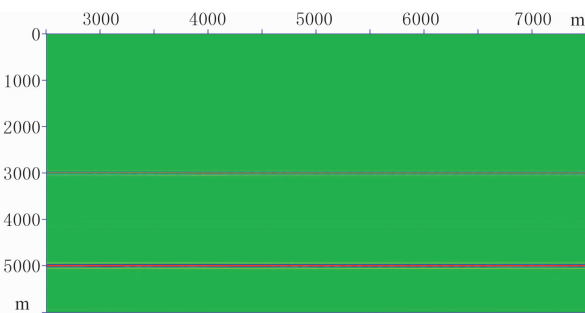


图 5 水平层状介质模型叠前深度偏移剖面

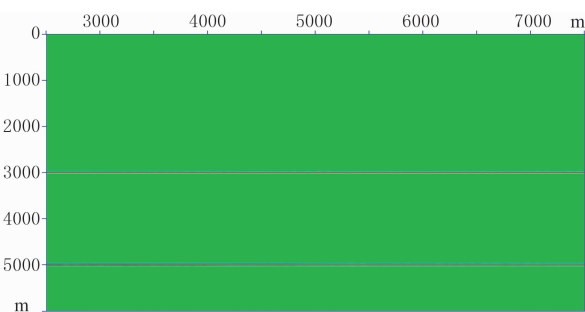


图 6 水平层状介质模型迭代偏移剖面

#### 4.3 弯曲反射层介质模型

定义弯曲反射层模型如下:第一层为水平层,界面埋深为 3000m;第二层底界为以  $x=5000\text{m}$  为对称轴的向斜界面,埋深变化范围为 4000~5000m;第三层为下边界,深度为 6000m。对该模型进行正演

模拟,所得的炮记录如图 7 所示。

对正演的炮记录直接进行各向异性叠前深度域成像,结果如图 8 所示,应用固定点迭代偏移反演的成像结果如图 9 所示。对比成像剖面可以看出,叠前深度偏移时深层弯曲反射层的偏移噪声未得到很好的压制,而迭代偏移压制了偏移噪声,因而成像效果较好。

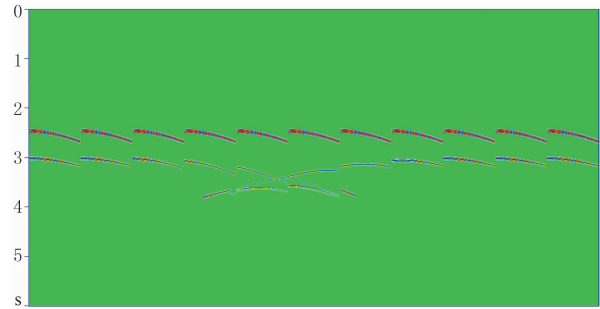


图 7 弯曲反射层模型正演模拟的炮记录  
每隔 10 炮显示一炮

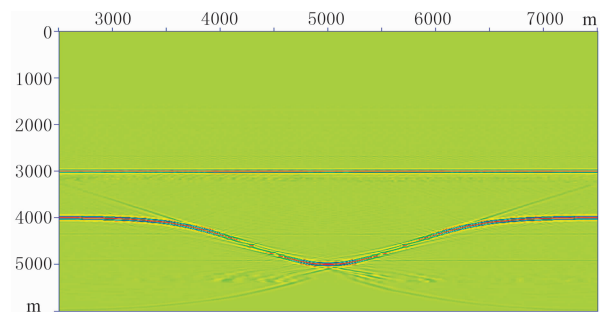


图 8 弯曲反射层介质模型叠前深度偏移剖面

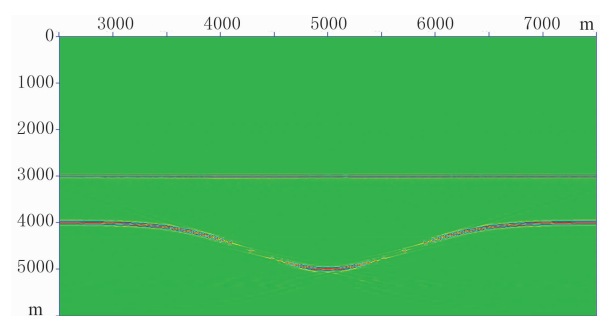


图 9 弯曲反射层模型迭代偏移剖面

#### 4.4 实际资料处理

作为初步试验,本文将 VTI 介质固定点迭代偏移反演算法应用于 A 工区实际数据的积分法叠前深度偏移。按照流程,首先对数据进行常规各向异性积分法叠前深度偏移,剖面如图 10 所示;采用固定点迭代法对数据体进行了迭代偏移。对比图 10 和图 11 中红色方框区域,可以看出迭代偏移可以使绕射波的归位更为准确,偏移噪声得到了衰减,断层

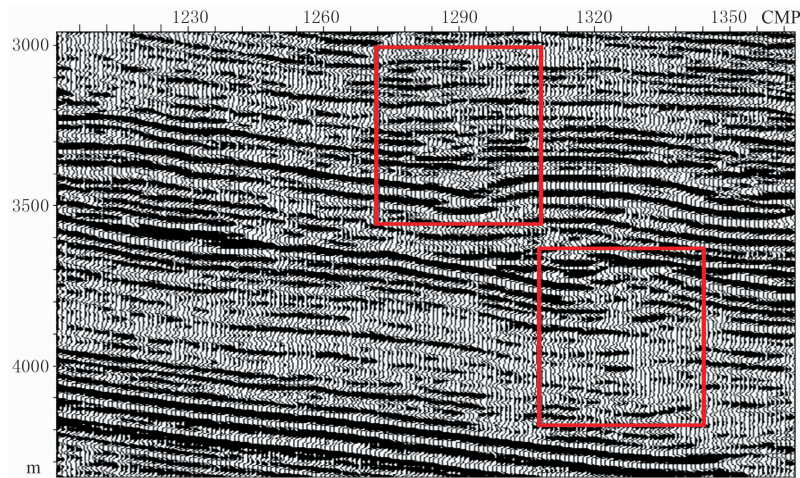


图 10 常规叠前深度偏移剖面

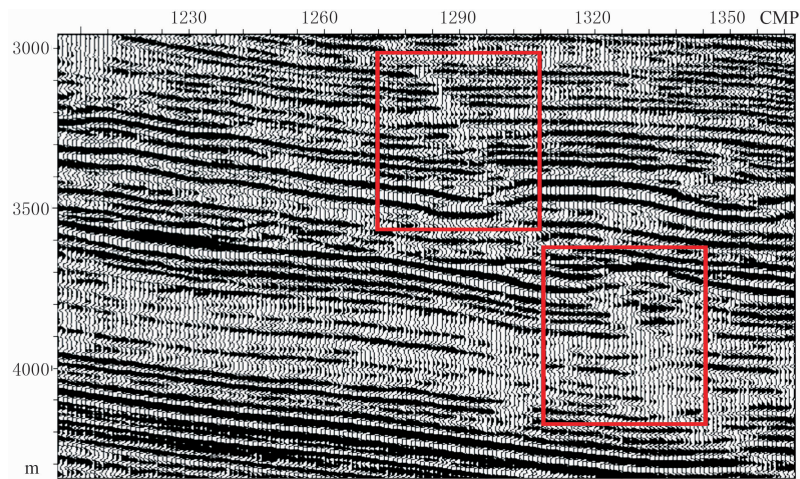


图 11 VTI 介质固定点迭代偏移剖面

成像更为清晰。同时,从剖面的整体面貌上分析,迭代偏移后的各反射波组的强弱对比特征更为清晰,同相轴的频率、振幅横向相对变化丰富,符合该工区标准层的反射特征,说明迭代偏移有利于振幅保真,可以为后续基于振幅的属性分析等提供更为可靠的基础数据。

## 5 结束语

本文推导了 VTI 各向异性介质旅行时公式、振幅计算公式及偏移成像算子方程的格林函数表达式,提出并实现了 VTI 介质固定点迭代偏移算法。该算法基于非膨胀压缩映射,可以保证算法的收敛性,达到快速收敛的效果,不但能够提高成像的分辨率,而且可以达到振幅的相对保真。今后需要在以下几个方面结合实际工作中发现的问题进行更为细

致的研究。

(1)本文针对的模型是 VTI 介质的,对于 TTI 等更为复杂介质的偏移方法还需要做进一步的研究。

(2)在反演计算过程中,还可以加入预条件子进行迭代加速,这对于海量地震数据偏移是十分必要的,也是今后需要进一步深入研究的课题。

(3)在计算偏移格林核函数时,把偏移孔径因素考虑进去应该可以改善成像分辨率。

(4)基于偏移算子的谱分析,特别是应用解卷积理论中的谱分析,可以更深刻理解各向异性介质偏移。

## 参考文献

- [1] Tsvankin I. Seismic Signatures and Analysis of Reflection Data in Anisotropic Media. Oxford: PERGAMON, 2001.

- [ 2 ] Tsvankin I, Gaiser J, Grechka V et al. Seismic anisotropy in exploration and reservoir characterization: An overview. *Geophysics*, 2010, 75(5): 75A15-75A29.
- [ 3 ] Sarkar D and Tsvankin I. Migration velocity analysis in factorized VTI media. *Geophysics*, 2004, 69(3): 708-718.
- [ 4 ] Tarantola A. Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation. *Geophysics*, 1984, 49(8): 1259-1266.
- [ 5 ] Cole S and Karrenbach M. Least squares Kirchhoff migration. *SEP*, 1992, 75:101-110.
- [ 6 ] Schuster G T. Least-squares crosswell migration. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, 1993, 12:110-113.
- [ 7 ] Nemeth T, Wu C J and Schuster G T. Least-squares migration of incomplete reflection data. *Geophysics*, 1999, 64(1): 208-221.
- [ 8 ] Ronen S, Nichols D, Bale R et al. Dealiasing DMO: good-pass, bad-pass and unconstrained. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, 1995, 14:743-746.
- [ 9 ] Duquet B. Improving seismic imaging in complex geologic structures[ D]. Univ of Paris XIII, 1996.
- [ 10 ] Mittet R, Hokstad K, Helgesen J et al. Imaging offset VSP data with an elastic iterative migration scheme. *Geophysical Prospecting*, 1997, 45(2): 247-268.
- [ 11 ] Sevinck A and Herman G. Fast iterative solution of sparsely sampled seismic inverse problems. *Inverse Problems*, 1994, 10(4): 937-948.
- [ 12 ] Lecomte I and Gelius L J. Have a look at the resolution of prestack depth migration for any model, survey and wavefields. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, 1998, 17:1112-1115.
- [ 13 ] Gelius L J, Lecomte I and Tabti H. Analysis of the resolution function in seismic prestack depth imaging. *Geophysical Prospecting*, 2002, 50(5):505-515.
- [ 14 ] Hu J X, Schuster G T and Valasek P A. Poststack migration deconvolution. *Geophysics*, 2001, 66(3): 939-952.
- [ 15 ] Yu J H, Hu J X and Schuster G T. Prestack migration deconvolution. *Geophysics*, 2006, 71(2): S53-S62.
- [ 16 ] Sacchi M D et al. Regularized migration/inversion: New generation of seismic imaging algorithm. *CSEG Recorder*, 2006, Special Edition: 54-59.
- [ 17 ] 王彦飞, 杨长春, 段秋梁. 地震偏移反演成像的迭代正则化方法研究. *地球物理学报*, 2009, 52(6): 1615-1624.  
Wang Yanfei, Yang Changchun and Duan Qiuliang. On iterative regulation methods for migration deconvolution and inversion in seismic imaging. *Chinese Journal of Geophysics*, 2009, 52(6): 1615-1624.
- [ 18 ] Wang Y F and Yang C C. Accelerating migration deconvolution using a nonmonotone gradient method. *Geophysics*, 2010, 75(4): 131-137.
- [ 19 ] Červený V. *Seismic Ray Theory*. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.
- [ 20 ] Thomsen L. Weak elastic anisotropy. *Geophysics*, 1986, 51(10): 1954-1966.
- [ 21 ] 孙成禹. 地震波理论与方法. 山东东营: 中国石油大学出版社, 2007.
- [ 22 ] Alkhalifah T. Acoustic approximations for processing in transversely isotropic media. *Geophysics*, 1998, 63(2): 623-631.
- [ 23 ] Alkhalifah T. An acoustic wave equation for anisotropic media. *Geophysics*, 2000, 65(4): 1239-1250.
- [ 24 ] Alkhalifah T. Traveltime computation with the linearized eikonal equation for anisotropic media. *Geophysical Prospecting*, 2002, 50(4): 373-382.
- [ 25 ] 王彦飞等. 地球物理数值反演问题. 北京: 高等教育出版社, 2011.
- [ 26 ] Bleistein N, Cohen J K and Stockwell J W. *Mathematics of Multidimensional Seismic Imaging, Migration, and Inversion*. New York: Springer, 2000.
- [ 27 ] 王彦飞. 反演问题的计算方法及其应用. 北京: 高等教育出版社, 2007.
- [ 28 ] 马在田. 论反射地震偏移成像. *勘探地球物理进展*, 2002, 25(3): 631~635.  
Ma Zaitian. On reflection seismic migration imaging. *Progress in Exploration Geophysics*, 2002, 25(3): 631-635.
- [ 29 ] 王彦飞. 地震波干涉偏移及预条件正则化最小二乘偏移成像方法对比. *地球物理学报*, 2013, 56(1): 230-238.  
Wang Y F. Comparison of interferometric migration and preconditioned regularizing least squares migration inversion methods in seismic imaging. *Chinese Journal of Geophysics*, 2013, 56(1): 230-238.
- [ 30 ] Dai W, Fowler P and Schuster G T. Multi-source least-squares reverse time migration. *Geophysical Prospecting*, 2012, 60(4): 681-695.
- [ 31 ] Wang Y F, Li Z H and Yang C C. *Seismic Migration and Inversion*, in *Computational Methods for Applied Inverse Problems (Inverse and Ill-Posed Problems Series 56)*. De Gruyter, 2012, 439-474.
- [ 32 ] Wang Y F, Yagola A G and Yang C C eds. *Optimization and Regularization for Computational Inverse Problems and Applications (1st Edition)*. Berlin-Heidelberg: Springer, 2011.
- [ 33 ] Schoenberg M and Helbig K. Orthorhombic media: Modeling elastic wave behavior in a vertically fractured earth. *Geophysics*, 1997, 62(6): 1954-1974.
- [ 34 ] Psencik I and Farra V. First-order P-wave ray synthetic seismograms in inhomogeneous weakly anisotropic media. *Geophysical Journal International*, 2007, 170(3): 1243-1252.

(本文编辑: 金文昱)

## 作者简介



张洪宙 博士, 1972年生; 1993年本科毕业于石油大学(华东) 勘查地球物理专业, 获工学学士学位; 1996年毕业于石油大学(华东) 应用地球物理专业, 获工学硕士学位; 2014年毕业于中国科学院大学固体地球物理专业, 获理学博士学位。现在中国科学院地质与地球物理研究所主要从事复杂构造成像方面的研究。