中国科学 D 辑:地球科学 2009 年 第 39 卷 第 3 期: 360 ~ 369
www.scichina.com earth.scichina.com
《中国科学》杂志社
SCIENCE IN CHINA PRESS

带先验约束的地表参数提取的有效反演方法

王彦飞[①*], Shiqian Ma[④], 杨华[②③], 王锦地[②③], 李小文[②③]

① 中国科学院地质与地球物理研究所油气综合地球物理重点实验室, 北京 100029;
② 北京师范大学遥感与 GIS 中心, 北京 100875;
③ 北京师范大学与中国科学院遥感应用研究所联合遥感科学国家重点实验室, 北京 100875;
④ Department of Industrial Engineering and Operations Research, Columbia University, New York, NY 10027-6902, USA
* E-mail: yfwang_ucf@yahoo.com

收稿日期: 2008-06-12; 接受日期: 2008-10-22
国家自然科学基金项目(批准号: 10501051, 10871191)和国家重点基础研究发展计划(编号: 2007CB714400, 2005CB422104)资助

摘要 地球表面的各向异性特性可以用地表二向反射函数(BRDF)恰当地描述. BRDF 的核心是利用线性核驱动模型, 数学上表述为各向同性核、体散射核和几何光学核的线性组合. 随着多角度遥感领域的发展, BRDF 模型越来越被看作是可以反演重要的有关地表生物的或气候的参数, 比如说叶面积指数和地表反照率. 一个线性逼近的核驱动 BRDF 模型通常可以写成下述形式(Roujean 等, 1992): $f_{iso}+k_{vol}(t_i, t_v, \phi)f_{vol}+k_{geo}(t_i, t_v, \phi)f_{geo}=r(t_i, t_v, \phi)$, 其中 r 表示地表的二向反射; k_{vol} 和 k_{geo} 为通常所说的核函数, 即为已知的入射和观测几何特性的函数, 分别描述了体散射和几何散射(包括折射和反射); t_i 是太阳方向天顶角, t_v 是观测方向天顶角; ϕ表示太阳-观测方向的相对方位角; f_{iso}, f_{vol} 和 f_{geo} 为未知的待反演参数, 可以用来拟合观测. 计算过程的稳定性是由核矩阵的代数算子特征谱和观测噪音/误差来刻画的. 因此为了计算地表反照率, 成功反演模型参数是至关重要的环节. 我们首先考虑了为计算 BRDF 模型反演的光滑解方法. 业已知道, 这是一个不适定的反问题. 不适定性是由线性核驱动 BRDF 模型的欠定性表征的, 比如说观测严重不足或观测方向范围有限, 或者是观测数据高度线性相关以及噪音的污染等. 例如, 一次单角度观测可以导致一个欠定的系统(核算子的零空间含有非零向量)或者系统无解(系数矩阵的秩不等于增广矩阵的秩). 因此, 光滑性或正则化技巧应当加以利用来压制不适定性. Li 等(2001)应用先验知识把原始模型转换为一个超定的模型并求得最小二乘解. Pokrovsky 等(2002)应用 QR 分解反演 BRDF 模型. Wang 等(2007)考虑到了反演的正则化策略并提出了不适定地表参数反演的一个完整的正则化理论. 在文中, 强调从不同的空间添加先验信息于反演模型中. 首先从数学物理的观点, 第一次提出了一个用于反演的施加先验约束的一般的正则化模型, 接着阐述了两种正则化策略. 第一个是正则化的奇异值分解方法(Wang 等, 2007), 接着提出了一个基于 l^1 空间的反演方法. 我们证明了新提出的方法对于有效观测数据不足情况下反演地表参数是可行的, 并通过数值试验验证了新提出方法的反演有效性.

关键词
不适定问题
地表参数提取
最优化
正则化

随着多角度遥感的发展，二向反射函数(bidirectional reflectance distribution function，简写为BRDF)模型越来越表明可以用来反演并估计地表覆盖类型的结构参数和光谱组分信息[1]. 因此，定量遥感可以做为一个合适的手段处理这类问题. 因为真实的物理系统耦合了大气和地表信息，这个过程相当复杂并且是一个连续统，因此有时要求具有全面的参数来描述这么一个系统，所以实际可操作的物理模型只能通过具有有限个最重要的参数来逼近，而这些参数正是描述了一个实际系统变化的主要因素. 一般来讲，一个离散的正向的物理模型描述该过程可以写作下述形式:

$$y=h(x, S), \tag{1}$$

其中 y 表示单次观测，x 表示可控观测条件比如说波段、观测方向、观测时间、太阳位置和极化方向等的向量，S 表示逼近系统的状态参数，h 是关联 x 和 S 的参数，通常是连续的非线性的.

随着卫星传感器可以获得多波段、多视角数据能力的提高，而保持状态参数 S 本质上不变，则可以获得下述的非齐次系统:

$$D=h(x, S)+n, \tag{2}$$

其中D为属于 $\mathbb{R}^M$ 空间的一个向量，它是相应于 M 次不同观测条件的带有M个观测值的M维观测空间中的一个向量，$n\in\mathbb{R}^M$ 为长度为M的随机向量. 设只有m个要恢复的不确定参数. 显然，若M=m，则方程(2)是一个确定的系统，因此不难发展合适的算法求解该系统. 如果对于模型中设定的参数可以收集到更多的观测信息，即M>m，则系统(2)是超定的[2]. 在这种情况下，问题的传统解是不存在的. 我们必须定义解的其他意义，比如说，最小模最小二乘解(Least Squares Solution with Minimum Norm). 但是如文献[3]指出的那样，“对于一个带有十个参数(单波段)的物理模型，在可以预见的未来时间内该模型是否可以变成超定的从而利于遥感反演是值得疑问的.” 因此，在某种意义上说，地球科学反问题似乎总是欠定的. 不过，欠定的系统有的情况下总能利用多角度的遥感数据或者收集先验信息变成超定的[4].

众所周知，地表各向异性可以用BRDF来最佳地描述. BRDF 的核心是利用线性核驱动模型，数学上表述为各向同性核、体散射核和几何光学核的线性组合. 计算过程的稳定性是由核函数组成的核矩阵的代数算子特征谱以及观测误差刻画的. 因此，提取模型参数对于计算地表反照率具有十分重要的意义. 在文献[5, 6]中，作者应用 QR 分解方法反演 BRDF 模型. 在文献[7]中，作者研究了不适定的地表参数反演的正则化理论并提出了一个正则化的数值截断奇异值分解方法(NTSVD). 该正则化通过数值计算过程中截断极小的奇异值实现. 他们通过作大量的数值试验表明如果观测数据不足，则该方法可以用来反演地表参数，即使是对于观测糟糕的情况；也可以同时用来反演多角度数据获得地表参数. 我们这里指出的是他们的方法是基于 l^2 空间的正则化. 在本文中，我们第一次从数学物理的观点，提出了一个一般的添加先验信息约束的正则化模型，在此基础上接着提出了一个基于 l^1 空间先验知识反演的方法. 在附录中，我们介绍了如何应用该方法. 该方法以及正则化的奇异值分解方法一并可以看作是地表参数反演的有效工具.

在整个文章中，采用下述数学上约定的记号：“:=”表示“定义作”；“ $\mathbf{x}$ ”表示一个向量，其他变量符号类似含义；“argmax” 表示“参数极大化”；“max”和“min”分别表示“极大化”和“极小化”某个泛函；“diag()” 表示一个对角矩阵；“A^T” 表示矩阵 A 的转置；“s.t.” 表示“受某条件限制” .

1　线性核驱动 BRDF 模型及其离散不适定性

1.1　线性核驱动 BRDF 模型

事实上，(2)式的显式线性化模型很难获得. 我们只能得到某种程度的近似. 随着多角度遥感领域的发展，BRDF模型越来越看作是可以反演重要的有关地表生物的或气候的参数，比如说叶面积指数和地表反照率[8]. 为了达到这个目的，线性核驱动的BRDF模型发展起来了. 线性核驱动模型通常表示成下面的形式[1]:

$$f_{iso}+k_{vol}(t_i,t_v,\phi)f_{vol}+k_{geo}(t_i,t_v,\phi)f_{geo}=r(t_i,t_v,\phi), \tag{3}$$

其中 r 表示地表二向反射；k_{vol} 和 g_{geo} 就是所谓的核，即为已知的入射和观测几何特性的函数，分别描述了体散射和几何散射(包括折射和反射)；t_i 是太阳方向天顶角；t_v 是观测方向天顶角；ϕ表示太阳-观测方向

的相对方位角; f_{iso}, f_{vol} 和 f_{geo} 为未知的待反演参数，可以用来拟合观测.

一般来讲，BRDF模型应当包括不同的许多类的核函数. 但是，实践证明RossThick核(k_{vol})和LiSparse核(k_{geo})的组合可以最好地整体拟合BRDF观测以及外推BRDF和计算地表反照率. 一个合适的核函数 k_{vol} 的表达是由Roujean等[1]提出的，即为RossThick核，其归一化的形式为

$$k_{vol}(t_i,t_v,\phi)=\frac{1}{\cos t_i+\cos t_v}\left(\left(\frac{\pi}{2}-\xi\right)\cos\xi+\sin\xi\right)-\frac{\pi}{4}. \tag{4}$$

当 t_i=t_v=0 时，这里的ξ表示散射角度定义作函数

$$\cos\xi=\cos t_i\cos t_v+\sin t_i\sin t_v\cos\phi \tag{5}$$

的逆函数. 关于几何光学核 k_{geo} 的一个合适的表达是 LiSparse 非互易核，它的形式为

$$k_{geo}(t_i,t_v,\phi)=O(t_i,t_v,\phi)-(\sec t_i'+\sec t_v') +\frac{1}{2}(1+\cos\xi')\sec t_v', \tag{6}$$

这里

$$O(t_i,t_v,\phi)=\frac{1}{\pi}(t-\sin t\cos t)(\sec t_i'+\sec t_v'),$$

$$\cos t=\frac{h}{b}\frac{\sqrt{D^2+(\tan t_i'\tan t_v'\sin\phi)^2}}{\sec t_i'+\sec t_v'},$$

$$D=\sqrt{\tan^2 t_i'+\tan^2 t_v'-2\tan t_i'\tan t_v'\cos\phi},$$

$$\cos\xi'=\cos t_i'\cos t_v'+\sin t_i'\sin t_v'\cos\phi,$$

$$\beta'=\tan^{-1}\left(\frac{b}{r}\tan\beta\right),$$

β 表示 t_i和t_v, h, b, r 是给定参数.

但是LiSparse非互易核不能克服当观测天顶角很大时的带来的计算误差. 这是因为在这种情况下，为导出LiSparse所需的数学逼近 $\exp(x)\approx 1+x$ 不再胜任[9]，并且计算出的地表反照率值可能为负值. 为了克服这个问题，研究者们提出了互易的LiSparse核(LiSparseR)，即取而代之(6)，有

$$k_{geo}(t_i,t_v,\phi)=O(t_i,t_v,\phi)-(\sec t_i'+\sec t_v') +\frac{1}{2}(1+\cos\xi')\sec t_i'\sec t_v'. \tag{7}$$

但接着人们又指出 LiSparseR 仍然不能完全避免负的反照率值得情况. 因此，一个新的 GO 核，即 LiTransit 核生成了:

$$k_{\text{Transit}}=\begin{cases}k_{\text{Sparse}}, & B\leqslant 2,\\ \frac{2}{B}k_{\text{Sparse}}, & B>2,\end{cases} \tag{8}$$

其中 B 定义作 $B:=B(t_i,t_v,\phi)=-O(t_i,t_v,\phi)+\sec t_i'+\sec t_v'$. 我们将利用 RossThick 和 LiTransit 为组合的核函数进行地表参数提取研究，因为如上描述，这两个核很好地描述了地表覆盖特性.

1.2 离散不适定性

注意到式(3)是一个线性模型，因此很方便把它写作一个有限秩的算子方程表示的形式:

$$Kx=y, \tag{9}$$

并记 $x=[f_{iso},f_{vol},f_{geo}]^T$ 和 $y=[y_j]$，其中 $y_j=r_j(t_i,t_v,\phi)$, y 代表观测数据. 现在的问题就是如何根据给定的观测数据 y 来重构参数 x.

离散不适定性是由线性核驱动 BRDF 模型的欠定性表征的，比如说观测严重不足或观测方向范围有限，或者是观测数据高度线性相关以及噪音的污染等等. 例如，一次单角度观测可以导致一个欠定的系统(核算子的零空间含有非零向量)或者系统无解(系数矩阵的秩不等于增广矩阵的秩).

考虑到问题的内在不适定性，应当研究新的求解方法，进而可以获得真实地表参数的有效逼近.

2 计算方法

2.1 对解施加先验约束

为了有效地反演不适定的核驱动模型，我们必须对感兴趣的参数添加先验知识. 这就导致我们需要求解一个约束的最小二乘误差问题:

$$\min J(x), \tag{10}$$

$$\text{s.t.}\quad Kx=y, \tag{11}$$

$$\Delta_1\leqslant c(x)\leqslant\Delta_2, \tag{12}$$

其中 $J(x)$表示一个目标泛函，它为 x 的函数，$c(x)$表示对解 x 的约束，Δ_1和Δ_2为约束条件给出了 $c(x)$的界. 通常，$J(x)$取作不同规范下的 x 的模. 如果参数 x 由连续形式演变而来，则取 $J(x)$为光滑泛函，否则可取 $J(x)$为非光滑泛函.

约束条件$c(x)$可以是光滑的也可以是非光滑的. 通常人们采用的约束条件是光滑约束, 即假定参数的物理性质在空间的某一区域内或者在时间的某一区域内具有一致性并且不再剧烈变化. 在应用问题中, 比如说图像视觉过程[10], 我们总能发现一些物理现象在一定的比较短的时间段内具有正则性(规律性). 有关待反演参数的光滑性先验假设已经成为反演应用问题中最为重要的先验假设之一. 有关这方面的理论基础和框架即为所谓的正则化策略, 我们将在下一节讨论.

2.2　正则化: 一个自然的先验信息

2.2.1　统计及非统计正则化方法

当采样点不足时, 即观测太少或者方向不足时, 反演过程一般来说是欠定的, 这就导致了一个正规化系统的巨大的条件数从而导致误差的极大传播. 并且, 最小二乘解可能不存在. 为了减轻反演地表参数时的困难Li等[4]发展了一个先验约束的方法, 该方法是基于协方差矩阵C_p的特征分解, 此处C_p表示有关解 x 的先验知识的协方差矩阵. 我们把他们的方法称作是基于统计的方法. 值得指出的是该方法在反演基础理论中已经发展并应用到地球物理反演上[11~13]. 事实上, 我们可以证明这种基于统计的先验约束方法等价于离散的正则化方法[7], 后者在于求解一个包含了正则项的最小二乘问题, 即求解泛函

$$J^{\alpha}(x)=\|Kx-y\|_{l^2}^2+\alpha\|Dx\|_{l^2}^2 \tag{13}$$

的极小化, 其中D为约束/规范化算子, 比如说可取D为离散的微分算子, α即为所谓的正则参数. 光滑泛函 $J^{\alpha}(x)$的极小化就定义了不适定反演问题的一个正则化技巧.

2.2.2　数值截断奇异值分解(NTSVD)正则化

在许多情况下, 历史的经验的知识很难获得, 更糟糕的是, 有时历史的经验的知识不可信(比如说, 对于太老的先验知识, 而植被结构早已变化). 在这种情况下, 我们应该如何获取地表参数? 幸运的是, 我们发现奇异值分解方法可以帮助我们完成这项工作. 一个修改的奇异值分解可以自然地包含某种先验信息. Pokrovsky等[5]利用QR分解法反演线性核驱动系统并建议利用奇异值分解方法求解该系统. 但奇异值分解方法不能直接使用. Wang等[7]仔细地研究了地表参数反演的正则化理论并提出了一个正则化的数值截断奇异值分解方法(NTSVD).

记核矩阵 K 的奇异值分解为

$$K=U\Sigma V^T=\sum_{i=1}^{N}\sigma_i u_i v_i^T,$$

其中$U=[u_i]$和$V=[v_i]$均为归一化正交矩阵, 即U和它共轭阵的乘积以及V和它共轭阵的乘积均为恒等矩阵; Σ为对角阵其非零数组组成了矩阵K的奇异值. 注意到对于地表参数反演问题, K可能包含各种各样的噪音/误差而且可能是亏秩的. 因此, σ_i可能逼近 0 对于大的N值, 这将导致数值计算的不稳定性并且需要面对从整个解空间找到一个合适的解[7]. 我们把这些问题叫做不适定性. 正则化技巧用来克服不稳定性并提供给人们一个唯一的稳定的解. 对于奇异值分解来说, 正则化指的是数值计算上把小的奇异值截断并寻求最小模解, 因此称作数值截断奇异值分解方法(NTSVD), 该方法的显式表达式如下:

$$x^{\mathrm{NTSVD}}=\sum_{i=1}^{\tilde{p}}\frac{1}{\sigma_i}(u_i^T y)v_i, \tag{14}$$

这里 $\tilde{p}$ 表示数值秩[7]. 事实上, NTSVD是模型问题(10)~(12) 的一个特殊情况, 这只要注意到令 $J^{\alpha}(x)=1/2\|Kx-y\|_{l^2}^2$ 以及 $c(x)=x\in(-\infty,\infty)$ 即可.

很明显, 基于核表示的地表参数反演问题可以通过 NTSVD 方法求解. 对于更详细和精妙的描述以及误差传播估计, 请见文献[7].

2.2.3　l^1 空间反演

值得指出的是, 不适定性是任何反演问题的内在的基本属性. 除非附加的先验信息或某种知识比如说单调性、光滑型、边界条件或源数据的误差界等加入进反演模式中, 否则反演的困难性是几乎不可能解决的. 一般来讲, 核驱动 BRDF 模型是半经验的, 待提取的参数 x 很多情况下可以看作是加权函数, 尽管它是叶面积指数(LAI), Lambertian 反射, 日照树冠反射以及观测和入照角度的函数. 因此, 参数 x 不一定是正数. 但由于该参数可以看作是加权函数, 适当的安排 x 的组分可以获得同样的计算结果. 也就是说, 我们可以“令” x 为非负的向量. 于是剩余的问题就是

发展合适的计算方法求解这么一个“人造”的问题. 我们关于求解最优解 x^*的新观点是求解一个 l^1 极小化问题:

$$\min_x \|x\|_{l^1}, \tag{15a}$$

$$\text{s.t. } Kx=y, \tag{15b}$$

$$x\geqslant 0, \tag{15c}$$

该模型利用了 l^1 空间的知识, 于是自动加入了先验信息. 由于观测系统的限制, 人们容易看出反演的地表参数为离散的和稀疏的. 因此, 如果一个反演算法不具有强适性, 距离真解比较远的“野值”将会出现.

在这种情况下, 先验约束的l^1 空间极小化可能会比传统的正则化技巧反演效果好. 模型(15)容易化作一个线性规划问题[14,15], 因此线性规划方法可以用来求解反演问题(见附录A的详细描述).

基于 l^1 模极小化求解的方法要求在可行集中寻找一个可行解:

$$S=\{x: Kx=y,\ x\geqslant 0\}.$$

因此, 事实上是要求在可行集 S 中寻找一个内点, 所以该方法又叫做内点法. 式(15)的对偶形式可以写成:

$$\max y^Tg, \tag{16}$$

$$\text{s.t. } s=e-K^Tg\geqslant 0, \tag{17}$$

其中 e 是一个向量, 其所有的元素值均为 1. 于是, 关于三元组(x, g, s)的最优性条件就是满足下述方程组的原始-对偶三元组解:

$$Kx=y, \tag{18}$$

$$K^Tg+s=e, \tag{19}$$

$$\tilde{S}\tilde{F}e=0, \tag{20}$$

$$x\geqslant 0,\ s\geqslant 0, \tag{21}$$

其中

$$\tilde{S}=\mathrm{diag}(s_1,s_2,\cdots,s_N),$$

$$\tilde{F}=\mathrm{diag}(x_1,x_2,\cdots,x_N),$$

并且 s_i, x_i 分别为向量 s 和 x 的组分. 其中记号 diag(·) 表示一个对角阵, 其唯一的非零元素为主对角线.

内点算法生成迭代点列 $\{x_k,g_k,s_k\}$, 使得 $x_k>0$ 和 $s_k>0$. 随着迭代指数 k 趋于无穷, 等式约束违反度 $\|y-Kx\|$ 和 $\|K^Tg_k+s_k-e\|$ 以及对偶间隙 $x_k^Ts_k$ 将指向零, 从而生成一个极限点同时求解了原始的和对偶的线性问题.

有关该算法的推导和可实现的算法的描述, 请见附录 A.

2.2.4 一点注记

为了降低核驱动模型的不适定性, 选择合适的解空间以及适当的正则化技巧都是很关键的问题. 并不奇怪的是正则化方法可以用来求解地表参数提取问题, 因为该方法相当巧妙地利用了先验知识, 该先验知识是由解空间的模以及参数的界表征的. 注意到方程(10)~(12)的表达, 正则化的格式不必拘泥于同一模式; 因此, 读者和用户可以根据该表达生成一大类正则化算法. 此外, 我们没有认为单角度或两个角度的反演结果要比多角度的计算效果好. 我们只是想说明正则化方法为用户提供了一个有效的反演手段特别是当有效观测不足时. 众所周知, 多角度观测是假定地表反射在一定时间周期范围内是稳定的情况下, 通过累积非多角度卫星仪器的每日观测获得的. 而问题是发生在地表作物快速生长的季节, 这是地表覆盖类型变化是飞快的. 这种情况下, 用于反演 BRDF 并获得地表反照率的强适的算法是十分值得期待的. 此外, 对于一些高空间分辨率的传感器, 拟多角度数据很难获得. 这也就是为什么没有高分辨率地表反照率产品的原因. 利用我们的算法, 我们仍然可以获得其反演结果, 因而为用户提供了有关地表参数信息的一般知识.

3 数值试验

在这一节我们给出求解地表参数反演问题的计算实例. 我们采用的数据是公认的用于测试方法好坏的 73 组经典数据[4]. 在这 73 组BRDF观测数据中, 只有 18 组野外观测的BRDF数据有着详细的试验选取、生物物理量和仪器设备信息的描述. 表 1 概括了本次实验用到的数据性质. 从表 1 看出, 这些数据覆盖了一大类地表覆盖类型, 相当好地代表了自然的和人工栽培的作物类型.

为了验证算法的强适性, 我们需要生成不适定问题的情形, 这可以通过把观测数据集表 1 中的数据极大地减少得到. 在本次实验中, 我们只取一次观测作为有限观测数据(极端情形)并比较由 NTSVD 反演

表 1 观测数据、覆盖类型及 LAI

观测数据	覆盖类型	LAI
kimes.irrwheat	灌溉地小麦	4
kimes.hardwood	阔叶林	4.2
kimes.soy	大豆	4.6
kimes.corn	玉米	0.65
kimes.orchgrass	果园草	1

的结果和基于 l^1 空间反演的结果.

由NTSVD方法分别对可见光(VisRed)和近红外(Nir)波段反演计算得到的地表反照率值的结果见表 2, 3 以及由 l^1 空间方法分别对可见光(VisRed)和近红外(Nir)波段反演计算得到的地表反照率值的结果见表 4 和 5. 在表 2 中, 真实的WSAs值表示的是由相应的多角度观测数据计算出的结果. 从计算结果看出, 尽管反演结果不是足够令人满意, 但至少对于仅仅一次观测数据能够在合理的区间内给出带反演的参数值. 这对于地表覆盖快速变化的时段, 比如说植物积极生长季节, 是十分有用的文献[7]. 从实验结果来看, l^1 空间方法反演方法似乎比NTSVD方法生成更为精确的反演结果. 我们同时从文献[4]的数据集中生成不适定数据并作了更多的反演计算. 数值表现是类似的. 由于这些数据集可以生成大量的不适定反问题模型, 因此没有一一列出. 感兴趣的读者可以参见文献[16]见更多的数值例子.

接下来, 我们应用获得的某一天的在某一观测

表 2 由 NTSVD 反演算法计算得到的 WSAs 值与真实的 WSAs 值在可见光(VisRed)波段的对比

覆盖类型	单次观测	真实值
玉米	0.060975284	0.077371794
阔叶林	0.030110122	0.036017748
灌溉地小麦	0.055554622	0.066419290
果园草	0.108295684	0.078334436
大豆	0.031414520	0.037576732

表 3 由 NTSVD 反演算法计算得到的 WSAs 值与真实的 WSAs 值在近红外(Nir)波段的对比

覆盖类型	单次观测	真实值
玉米	0.239921484	0.288654970
阔叶林	0.252075923	0.369430037
灌溉地小麦	0.364501461	0.513398848
果园草	0.389020678	0.296322714
大豆	0.283347191	0.515229716

表 4 由 l^1 空间反演算法计算得到的 WSAs 值与真实的 WSAs 值在可见光(VisRed)波段的对比

覆盖类型	单次观测	真实值
玉米	0.101101803	0.077371794
阔叶林	0.039901819	0.036017748
灌溉地小麦	0.050401846	0.066419290
果园草	0.057701894	0.078334436
大豆	0.028101856	0.037576732

表 5 由 l^1 空间反演算法计算得到的 WSAs 值与真实的 WSAs 值在近红外(Nir)波段的对比

覆盖类型	单次观测	真实值
玉米	0.272701813	0.288654970
阔叶林	0.263901792	0.369430037
灌溉地小麦	0.497901847	0.513398848
果园草	0.280401851	0.296322714
大豆	0.520901852	0.515229716

方向上的大气校正后的中分辨率成像光谱仪(MODIS)1B 产品作为单次观测 BRDF 的例子进行反演计算. 该观测数据中的每一格像元都具有不同的观测天顶角和相对方位角. 采用的数据 MOD021KM.A2001137(水平阶砖数 26, 垂直阶砖数为 4)是在中国北京顺义县城做遥感试验时获得的. 针对 1B 产品数据, 我们利用 NTSVD 以及基于 l^1 空间的方法反演出了 3 个参数. 图 1 画出了 DOY=137 的波段 1 的 BRDF 分布. 我们必须指出标准的 MODIS Ambrals 算法对于如此极端的情形是不能给出反演结果的, 即使是对于 MODIS 的等量反演(比如说见文献[2]和[17])也是如此. 但我们的方法对于如此极端的情形仍然适用. 对于 MODIS 数据, 由于观测数据的限制以及低分辨率的限制, 在计算出的反照率值中有一些低能量的反常的黑像素值. 注意我们并不是指低的反射率值. 但这不是反演算法的问题. 注意到反照率是BRDF在各个角度的积分; 因此, 其应当具有与 BRDF 类似的性质. 所以, 对于低能量的反常的反照率黑像素值, 我们采取了多项式插值方法, 即计算BRDF和反演计算得到的反照率中表现正常的像素值的相关系数并插值得到新的对应于反常点的反照率值. 图 2 和 3 分别列出了基于 NTSVD 和 l^1 空间方法反演的结果. 从图 2 和 3 发现根据两种不同的方法对于观测不足数据计算出的结果均能给出合理的反照率轮廓. 尽管结果不是十分完美, 但大部分的细节得到了保留.

图 1　单次观测 MOD021KM.A2001137 波段 1 的 BRDF 图像

图 2　由 NTSVD 方法反演得到的单次观测 MOD021KM.A2001137 波段 1 的反照率

4　讨论和结论

在本文中, 我们首先描述了一个用于线性核驱动模型反演的正则化的经济有效的数值截断奇异值分解方法, 接着提出了用于线性核驱动模型反演的 l^1 空间正则化方法.

这些方法可以用来求解多角度的地表参数反演问题. 事实上, 业已证明数值截断奇异值展开法对于求解抽象的第一类算子方程来说是一种正则化方法[11,18,19]. 一般来讲, 正则化要求在最小二乘模型上施加一个惩罚项或正则项, 即求解一个Tikhonov泛函

图 3　基于 l^1 空间反演方法得到的单次观测 MOD021KM.A2001137 波段 1 的反照率

$$J^{\alpha}(x)=\|Kx-y_n\|_{l^2}^2+\alpha\|Dx\|_{l^2}^2 \tag{22}$$

的极小, 这里 D 表示约束或规范化算子, 通常可以取作一个微分算子的离散化, α 为所谓的正则参数. 模型(22)只是模型(10) 的一个特殊情形. 截断奇异值分解方法属于直接的正则化方法, 该方法依赖于线性算子 K 的奇异系统. 如果(22)中的模是 l^p 规范的(p>0, 且 $p\neq 2$), 则对应于更一般的 l^p 空间的正则化. Tikhonov 正则化方法在各类反演科学问题中被广泛采用, 因此可以用来求解地表参数反演问题(见文献[7]中的详细理论推导). 对于遥感传感器 MODIS, 由于其低分辨率和大尺度, 我们认为基于 l^1 反演是可行的, 并且距离真解比较远的"野值"可以得到遗弃. 由计算对比结果可见, l^2 空间和 l^1 空间的正则化均可以用来求解地表参数反演问题. 但对于更一般的反演问题, 计算结果可能不一样.

我们注意到 BRDF 模型的驱动核可以预先建立, 因此只要观测不足且有噪音存在, 其不适定性就潜在存在. 但是根据正则化性质, 只要观测到的反射值 r_δ满足

$$\|r-r_\delta\|\leqslant\omega\delta\leqslant\|r_\delta\|,\ \omega>1,$$

即信噪比(SNR)大于 1, 该方法就可以胜任. 这里 r 代表真实的无干扰的地表反射, δ表示 (0,1)上随机噪音的噪音水平(上界).

致谢　审稿人对本文提了很多具体的修改建议, 我们对此表达真诚的感谢.

参考文献

1 Roujean J L, Leroy M, Deschamps P Y. A bidirectional reflectance model of the Earth's surface for the correction of remote sensing data. J Geophys Res, 1992, 97: 20455—20468

2 Verstraete M M, Pinty B, Myneny R B. Potential and limitations of information extraction on the terrestrial biosphere from satellite remote sensing. Remote Sens Environ, 1996, 58: 201—214[DOI]

3 李小文, 王锦地, 胡宝新, 等. 先验知识在遥感反演中的作用. 中国科学 D 辑: 地球科学, 1998, 28(1): 67—72

4 Li X, Gao F, Wang J, et al. A priori knowledge accumulation and its application to linear BRDF model inversion. J Geophys Res, 2001, 106(D11): 11925—11935[DOI]

5 Pokrovsky O, Roujean J L. Land surface albedo retrieval via kernel-based BRDF modeling: Ⅰ. statistical inversion method and model comparison. Remote Sens Environ, 2002, 84: 100—119[DOI]

6 Pokrovsky O, Roujean J L. Land surface albedo retrieval via kernel-based BRDF modeling: Ⅱ. an optimal design scheme for the angular sampling. Remote Sens Environ, 2002, 84: 120—142[DOI]

7 Wang Y F, Li X W, Nashed Z, et al. Regularized kernel-based BRDF model inversion method for ill-posed land surface parameter retrieval. Remote Sens Environ, 2007, 111(1): 36—50[DOI]

8 Strahler A H, Li X W, Liang S, et al. MODIS BRDF/Albedo product: algorithm technical basis document. Nasa EOS-Modis Doc, 1994, 2(1): 55

9 Wanner W, Li X, Strahler A H. On the derivation of kernels for kernel-driven models of bidirectional reflectance. J Geophys Res, 1995, 100: 21077—21090[DOI]

10 Horn B K P, Schunck B G. Determining optical flow. Artif Intell, 1981, 17: 185—203[DOI]

11 Groetsch C W. The Theory of Tikhonov Regularization for Fredholm Equations of the First Kind. Boston: Pitman Advanced Publising Program, 1984

12 Tarantola A. Inverse Problems Theory: Methods for Data Fitting and Model Parameter Estimation. New York: Elsevier, 1987

13 Rodgers C D. Retrieval of atmospheric temperature and composition from remote sensing measurement of thermal radiation. Rev Geophys, 1976, 14(4): 609—624[DOI]

14 Yuan Y X. A scaled central path for linear programming. J Comp Math, 2001, 19: 35—40

15 Ye Y Y. Interior Point Algorithms: Theory and Analysis. Chichester: John Wiley and Sons, 1997

16 Wang Y F, Li X W, Ma S Q, et al. BRDF model inversion of multiangular remote sensing: ill-posedness and interior point solution method. Proceedings of the 9th International Symposium on Physical Measurements and Signature in Remote Sensing (ISPMSRS), Vol. XXXVI (7/W20), 2005. 328—330

17 Strahler A H, Lucht W, Schaaf C B, et al. MODIS BRDF/albedo product: algorithm theoretical basis document. Nasa EOS-Modis Doc, 1999, 5: 53

18 Tikhonov A N, Arsenin V Y. Solutions of Ill-posed Problems. New York: John Wiley and Sons, 1977

19 王彦飞. 反演问题的计算方法及其应用——当代科学前沿论丛. 北京: 高等教育出版社, 2007

附录 A　l^1空间反演算法

在这一节, 我们来讨论如何求解 l^1 的极小化问题. 这样, 读者和用户可以通过下面的描述重复算法的实现以及方便地应用文中的方法求解实际的问题. 容易看出第 3.3 节描述的算法等价于求解下面的约束线性规划问题

$$\min e^T x, \text{ s.t. } Kx=y,\ x\geqslant 0, \tag{A.1}$$

其中 x 为带 N 个变量的向量, 其每一个元素用 x_i 表示, i=1, 2, ⋯, N. (A.1) 的对偶形式可以写成

$$\max y^T z, \text{ s.t. } K^T z+s=e,\ s\geqslant 0, \tag{A.2}$$

上述问题是线性规划领域一个特殊的研究问题, 关于线性规划问题的基础理论及最新进展可参见文献[14, 15]. 为求解该问题, 我们考虑由正的障碍参数μ参数化的 Log 障碍问题

$$\min e^T x-\mu\sum_{j=1}^{N}\log(x_j),\ s.t.\ Kx=y,\ x\geqslant 0. \tag{A.3}$$

其障碍函数满足

$$\lim_{x_j\to\infty} -\mu\log(x_j)=\infty. \tag{A.4}$$

若初始的 x>0, 则障碍函数将保持 x>0. 下面对于障碍问题

$$L(x,z)=e^T x-\mu\sum_{j=1}^{N}\log(x_j)-z^T(Kx-y), \tag{A.5}$$

定义最优性条件. 由微分得到

$$\frac{\partial L}{\partial x_j}=e_j-\mu n_j^{-1}-K_{:j}^T z,\ \frac{\partial L}{\partial z_i}=y_i-K_{i:}x, \tag{A.6}$$

其中 $K_{:j}$ 表示 K 的第 j 列, $K_{i:}$表示 K 的第 i 行. 则上述表达式可以用矩阵-向量乘积简单地表示为

$$\begin{gathered}\mathrm{grad}_x L(x,z)=e-\mu D^{-1}e-K^T z,\\ \mathrm{grad}_z L(x,z)=y-Kx\ ,\end{gathered} \tag{A.7}$$

其中

$$D=\begin{bmatrix} x_1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & x_2 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & x_N\end{bmatrix}. \tag{A.8}$$

这就导致 Karush-Kuhn-Tucker 最优性系统

$$K^T z=e-\mu D^{-1}e,\ Kx=y,\ x>0. \tag{A.9}$$

若定义 $s=\mu D^{-1}e$, 则得到最优性条件

$$K^T z+s=e,\ Kx=y,\ Ds=\mu e,\ x>0. \tag{A.10}$$

该系统的一个最优解 $(x, z, s)^T$ 既是原始可行的, 即 $x\in S_p=\{x:Kx=y,x>0\}$ 又是对偶可行的, 即 $(z,s)\in S_D=\{(z,s):\ K^T z+s=e, s=\mu D^{-1}e>0\}$. 在线性规划领域, 向量$(x, z, s)^T$被称作是中心路径.

考虑到对偶间隙 $e^T x-y^T z=x^T s=\mu N$, 因此数值上, 我们求解一非线性方程组

$$F(x,z,s)=\begin{bmatrix}Kx-y\\ K^T z+s-e\\ Ds-\beta\mu e\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}, \tag{A.11}$$

这里β为[0, 1]上的衰减参数.

假设 $(x_k,z_k,s_k)^T$ 给定, 则方程 $F(x,z,s)=0$ 的一步 Newton 迭代生成

$$\mathrm{grad}F(x_k,z_k,s_k)\begin{bmatrix}d_x\\ d_z\\ d_s\end{bmatrix}=-F(x_k,z_k,s_k). \tag{A.12}$$

由于

$$\mathrm{grad}F(x_k,z_k,s_k)=\begin{bmatrix}K & 0 & 0\\ 0 & K^T & I\\ S_k & 0 & D_k\end{bmatrix}, \tag{A.13}$$

于是得到

$$\begin{bmatrix}K & 0 & 0\\ 0 & K^T & I\\ S_k & 0 & D_k\end{bmatrix}\begin{bmatrix}d_x\\ d_z\\ d_s\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}y-Kx_k\\ e-K^T z_k-s_k\\ -D_k s_k+\beta\mu_k e\end{bmatrix}. \tag{A.14}$$

算法框架的描述如下所示.

算法 A.1　计算一个内点解算法

1 初始化: 选取 $(x_1,z_1,s_1)^T$ 且 $x_1,z_1>0$, 以及 3 个迭代容忍度 $\varepsilon_x,\varepsilon_z,\varepsilon_s>0$;

2 迭代: k 从 1 到 ∞;

3 计算余量:

$$\begin{aligned}r_x^k&=y-Kx_k,\\ r_z^k&=e-K^T z_k-s_k,\\ \mu_k&=\frac{1}{N}x_k^T s_k;\end{aligned}$$

4 若 $\|r_x^k\|\leqslant\varepsilon_x, \|r_z^k\|\leqslant\varepsilon_z, \|\mu_k\|\leqslant\varepsilon_s$, 则停;

5 选取 $\beta\in(0,1)$, 并求解方程(A.14);

6 计算

$$\tau^{\max}=\arg\max_{\tau\geqslant 0}\left\{\begin{bmatrix}x_k\\ s_k\end{bmatrix}+\tau\begin{bmatrix}d_x\\ d_s\end{bmatrix}\geqslant 0\right\}; \tag{A.15}$$

7 对某个 $\theta\in(0,1)$, 记

$$\tau:=\min\{\theta\tau^{\max},1\};$$

8 更新迭代点列

$$x_{k+1}:=x_k+\tau d_x,$$

$$z_{k+1}:=z_k+\tau d_z,$$

$$s_{k+1}:=s_k+\tau d_s.$$

在算法 A.1 中, x_1 和 s_1 的初始输入值不是随意的. 它们必须输入可行集, 即满足非负约束条件. 为了保证每一步迭代过程中迭代点列的可行性, 我们在算法的第 6 和第 7 步加入了一个技巧来控制步长 τ. 这样, 算法的收敛性就有了保证. 在我们的计算中, 初始参数的取值为 $(x_1,z_1,s_1)^T$ 为组分全等于 1 的向量, β=1 以及 θ=0.9995.